UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

Comportamento mecânico de dispositivos de dissipação de energia fabricados com elastômeros para vigas de pontes

Rivânia Cristina Rezende

Belo Horizonte
2020

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE ESTRUTURAS

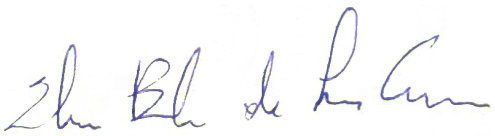
"COMPORTAMENTO MECÂNICO DE DISPOSITIVOS DE DISSIPAÇÃO DE ENERGIA FABRICADOS COM ELASTÔMEROS PARA VIGAS DE PONTES "

Rivânia Cristina Rezende

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Estruturas da Escola de Engenharia da Universidade Federal de Minas Gerais, como parte dos requisitos necessários à obtenção do título de "Mestre em Engenharia de Estruturas".

Comissão Examinadora:

Prof. Dr. Marcelo Greco
DEES - UFMG (Orientador)



Prof. Dr. Estevam Barbosa de Las Casas
DEES - UFMG

Prof. Dr. Mateus Antônio Nogueira Oliveira
UFMG

Belo Horizonte, 27 de abril de 2020

Rezende, Rivânia Cristina.
R467c Comportamento mecânico de dispositivos de dissipação de energia fabricados com elastômeros para vigas de pontes [recurso eletrônico] / Rivânia Cristina Rezende. - 2020.
1 recurso online (108 f. : il., color.) : pdf.

Orientador: Marcelo Greco.

Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Minas Gerais, Escola de Engenharia.

Bibliografia: f. 104-108.
Exigências do sistema: Adobe Acrobat Reader.

1. Engenharia de estruturas - Teses. 2. Deformações (Mecânica) - Teses. 3. Elastômeros - Teses. 4. Método dos elementos finitos - Teses. 5. Modelagem - Teses. I. Greco, Marcelo. II. Universidade Federal de Minas Gerais. Escola de Engenharia. III Título.

CDU: 624(043)

Ficha catalográfica: Biblioteca Prof. Mário Werneck, Escola de Engenharia da UFMG

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por todas as bênçãos que me concedeu, sobretudo nesses dois anos de dedicação a esse desafio.

Agradeço a minha família, que sempre entendeu minhas ausências e que aliviou meu cansaço com palavras de incentivo e orações. Em especial minha mãe, pai, irmão e minha vó Luzia. Aos meus amigos que são uma extensão da minha família e, portanto, também vivenciaram comigo as alegrias e pesares desses anos.

A todos os professores, colegas e colaboradores do PROPEES. Guardarei lindas lembranças de toda nossa convivência e do apoio que recebi de todos!

Ao meu orientador Marcelo Greco, sempre dedicado, prestativo, compreensivo, entre tantos outros adjetivos. Tenho certeza que fui abençoada também em tê-lo como meu guia nessa etapa. Aqui também não posso deixar de agradecer a Débora Lalo por compartilhar um pouco de seu amplo conhecimento sobre o tema ao longo do desenvolvimento desse trabalho.

Aos meus supervisores, colegas de trabalho e alunos da faculdade Pitágoras de Divinópolis, pela compreensão e colaboração em meus atrasos e faltas nos tempos das disciplinas e presença em congresso. Esse suporte foi minha grande motivação para não desistir.

Essa realização foi considerada por muito tempo como algo impossível para mim... poucos sabem de verdade todas as batalhas que já travei para dar continuidade aos estudos desde o primeiro dia de aula aos 7 anos de idade. Me tornar mestre não significa só um título, para mim é a prova de que tudo o que sonhamos pode se tornar real quando nos dedicamos e temos coragem de ir à luta.

RESUMO

Os aparelhos de apoio são dispositivos que realizam a junção entre as vigas e os pilares em pontes e viadutos. Em seu contexto histórico, novos materiais e tecnologias foram utilizados no processo de fabricação dos aparelhos de apoio para acompanhar a modernização de seu uso nessas estruturas. Os blocos de Neoprene ou aparelhos de apoio elastomérico fretado, compostos por camadas intermediárias de aço e borracha se destacam no setor por sua eficiência, durabilidade e baixo custo. O uso da borracha permite a atenuação de vibrações, a redução de ruído e a acomodação de movimentos de rotação/translação provindos da movimentação de veículos, dilatação, mudança de temperatura, abalos sísmicos, entre outros. As borrachas são materiais elastoméricos que exibem um comportamento elástico altamente não linear, sendo descritas por modelos hiperelásticos desenvolvidos através de uma função energia de deformação. Os modelos hiperelásticos precisam ser calibrados através de respostas de testes experimentais do material quando submetidos a diferentes modos de deformação. Neste trabalho, uma metodologia para a modelagem computacional é proposta através da utilização do Abaqus®, um software comercial para análise em elementos finitos capaz de simular o comportamento de um aparelho de apoio fretado quando submetido a esforços de compressão e cisalhamento. Serão considerados as relações constitutivas de modelos hiperelásticos clássicos (Yeoh, Arruda-Boyce e Ogden), sendo estes calibradas através de testes experimentais realizados no material, os quais foram realizados pelo fabricante dos aparelhos de apoio. Para validação do modelo serão utilizadas respostas de modelos analíticos, assim como respostas obtidas em testes de protótipos de aparelhos. Através desse estudo, busca-se uma melhor compreensão do comportamento de materiais elastoméricos, associando estudos e formulações desenvolvidas nos últimos anos e aplicando-as em modelagens em elementos finitos de forma a obter uma modelagem computacional que possa beneficiar projetos de desenvolvimento dos aparelhos e seu desempenho nas estruturas.

Palavras-chave: aparelho de apoio fretado, elastômero, modelo hiperelástico, deformação, modelagem, elementos finitos.

ABSTRACT

Bearing pads are devices that perform the coupling between beams and columns in bridges and viaducts. In its historical context, new materials and technologies were inserted in the manufacturing process of the pads to follow the modernization of their use in these structures. Reinforced Neoprene pads or reinforced elastomeric bearing pads, composed of intermediate layers of steel and rubber, stand out in the sector for its efficiency, durability and low cost. The use of rubber allows the attenuation of vibrations, reduction of noise and accommodation of rotation/translation movements arising from the movement of vehicles, expansion, temperature changes, earthquakes, etc. Rubbers are elastomeric materials that exhibit highly non-linear elastic behavior, being characterized by hyperelastic models developed through a strain energy function. The hyperelastic models need to be properly calibrated through experimental test responses of the material when submitted to different deformation modes. In this work, a methodology for computational modeling is propused using Abaqus®, a finite element method commercial software capable to simulate the behavior of an elastomeric bearing pad when subjected to compression and shearing. The constitutive relations of classic hyperelastic models (Yeoh, Arruda-Boyce and Ogden) are considered, calibrated through material experimental data, which were carried out by the bearing pads manufacture. To validate the model, responses from analytical models are used, as well as responses obtained in tests of bearing pad prototypes. Through this study, a knowledge of the behavior of elastomeric materials is attempted, combining studies and formulations developed over the years and applying them in a finite element software in order to obtain a computational model that can benefit the projects development of the bearing pads and its performance in structures.

Keywords: reinforced bearing pad, elastomer, hyperelastic model, strain, modeling, finite elements.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1- O aparelho de apoio fretado com a distribuição das camadas internas (a) e instalado em uma ponte (b). 16
Figura 2 - Elementos componentes de uma ponte. 21
Figura 3 - Tipos de aparelhos de apoio fabricados em concreto. 23
Figura 4 - Aparelhos metálicos fixos (a) e móveis (b). 24
Figura 5 - Aparelhos de apoio elastomérico simples (a), fretado (b) e deslizante (c). 25
Figura 6 - Estrutura molecular da borracha natural. 27
Figura 7 – Formação da cadeia tridimensional no processo de vulcanização. 28
Figura 8 – Curva carga (lb) x deformação (%) típica da borracha natural vulcanizada e não vulcanizada. 30
Figura 9 – Fases de carregamento e descarregamento para a borracha natural (NR) preenchida e não preenchida (a) e para a borracha sintética (SBR) preenchida e não preenchida (b). 32
Figura 10 – Amortecimento de tensão decorrente de ciclos de carregamento sucessivos em uma borracha natural não preenchida. Número de ciclos apresentado em cada curva. 33
Figura 11 – Relação entre a dureza (graus) e o módulo de elasticidade (MPa) através do método SH e IRHD. 34
Figura 12 – Relação tensão x deformação linear. 35
Figura 13 - Relação tensão x deformação não linear. 38
Figura 14 - Conjunto de dados de entrada para ajuste de curvas. 47
Figura 15 – Superfície de energia hiperelástica obtida através dos testes uniaxial, biaxial e planar. 47
Figura 16 – Dispositivo experimental de tração simples e demonstração das tensões e deformações associadas. 48
Figura 17 – Dispositivo experimental de tensão equi-biaxial e demonstração das tensões e deformações associadas. 50
Figura 18 - Dispositivo experimental de cisalhamento puro e demonstração das tensões e deformações associadas. 51
Figura 19 - Dispositivo experimental de teste volumétrico e demonstração das tensões e deformações associadas. 52
Figura 20 – Formas de elementos finitos. 54
Figura 21 - Representação esquemática da metodologia de analise típica de um problema de análise de tensões e deformações, recorrendo ao método de elementos finitos. 55
Figura 22 - Modelagem de um impacto sem utilização de "hourglass control" (a) e com utilização de "hourglass control" (b). 56
Figura 23 - Gráfico carregamento (N) x deslocamento (mm) das amostras testadas pela empresa Vibtech. 59
Figura 24 - Formato padrão (mm) das amostras submetidas ao teste de tensão uniaxial conforme o tipo C da ASTM D412 (2016). 60
Figura 25 - Modos de deformação. 64
Figura 26 - Esquema de ensaio de cisalhamento. 66
Figura 27 - Aparelho de apoio modelado em EF adaptado para meio modelo com a condição de restrição no ponto de referência (a) e condições de contorno (b) 72
Figura 28 – Configuração das amostras de AAF para o teste de cisalhamento e simplificação para a simulação em EF. 73
Figura 29 - Esquema da estrutura do viaduto e disposição dos AAFs. 74
Figura 30 - Disposição dos carregamentos no AAF do estudo de caso. 75

Figura 31 - AAF utilizado na simulação de uma estrutura real em seu modelo integral (a) e em meio modelo (b). 76
Figura 32 - Ajuste de curvas de tensão nominal (MPa) x deformação nominal (mm/mm) através de teste uniaxial..... 77
Figura 33 - Predição de curvas de tensão nominal (MPa) x deformação nominal (mm/mm) em teste planar..... 78
Figura 34 – Predição de curvas de tensão nominal (MPa) x deformação nominal (mm/mm) em teste biaxial..... 78
Figura 35 – Modelagem da amostra sujeita ao teste uniaxial: malha e condições de contorno (a), mapeamento de tensões equivalentes (b) e deformações naturais (c). 81
Figura 36 - Gráfico força (N) x deslocamento (mm) através de análise em MEF e no teste uniaxial experimental. 83
Figura 37 - Gráfico tensão (MPa) x deformação verdadeira (mm/mm) através de análise em MEF e no teste uniaxial experimental. 83
Figura 38 - Mapeamento dos deslocamentos (mm) observados na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Yeoh (N=3). 86
Figura 39 – Mapeamento das tensões (MPa) observadas na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Yeoh (N=3). 87
Figura 40 - Mapeamento dos deslocamentos (mm) observados na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Arruda-Boyce. 87
Figura 41 - Mapeamento das tensões (MPa) observadas na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Arruda Boyce. 88
Figura 42 - Mapeamento dos deslocamentos (mm) observados na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Ogden (N=3). 89
Figura 43 - Mapeamento das tensões (MPa) observadas na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Ogden (N=3). 89
Figura 44 - Etapa de pré-compressão (mm) anterior ao teste de cisalhamento. 92
Figura 45 - Mapeamento das tensões internas (MPa) pelo modelo de Yeoh após aplicação da pré-compressão. 92
Figura 46 - Mapeamento das tensões internas (MPa) pelo modelo de Arruda-Boyce após aplicação da pré-compressão. 93
Figura 47 - Mapeamento das tensões internas (MPa) pelo modelo de Ogden após aplicação da pré-compressão. 93
Figura 48 - Etapa de deslocamento horizontal (mm) para o teste de cisalhamento. 94
Figura 49 - Gráfico de força (kgf) x deslocamento (mm) ao longo do teste de cisalhamento do AAF. 96
Figura 50 - Mapeamento das tensões internas (MPa) pelo modelo de Yeoh após aplicação do deslocamento horizontal..... 97
Figura 51 - Seleção do elemento finito a ser estudado na análise de tensão x deformação da borracha. 97
Figura 52 - Gráfico tensão (MPa) x deformação (mm/mm) obtida na simulação de cisalhamento..... 98
Figura 53 - Mapeamento das tensões (MPa) no AAF usado no viaduto, considerando as cargas permanentes..... 100
Figura 54 - Mapeamento das tensões (MPa) no AAF do viaduto após aplicação do carregamento longitudinal. 100
Figura 55 - Mapeamento das tensões (MPa) no AAF do viaduto após aplicação do carregamento transversal. 100

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 - Performance funcional de diferentes tipos de aparelhos de apoio. 26
Tabela 2 - Diretrizes para seleção de aparelhos de apoio. 26
Tabela 3 – Grau de compressibilidade de acordo com o coeficiente de Poisson 53
Tabela 4 – Resumo das características dos modelos hiperelásticos. 62
Tabela 5 - Caracterização do AAF sujeito a ensaio de compressão 66
Tabela 6 – Caracterização do AAF sujeito a ensaio de cisalhamento 67
Tabela 7 – Coeficientes observados em elastômeros 67
Tabela 8 – Caracterização e carregamentos do AAF utilizado no viaduto. 75
Tabela 9 – Resultados do teste de refinamento de malha do teste uniaxial. 80
Tabela 10 - Constantes associadas aos modelos constitutivos. 82
Tabela 11 - Resultados obtidos pelo modelo analítico de um AAF sob esforços de compressão. 84
Tabela 12 - Resultados do teste de refinamento de malha do AAF no teste de compressão. 85
Tabela 13 – Deslocamentos (mm) obtidos no teste de compressão. 90
Tabela 14 - Resultados do teste de refinamento de malha do AAF no teste de cisalhamento. 91
Tabela 15 – Carregamentos (kgf) associados a fase de pré-compressão na simulação de cisalhamento. 94
Tabela 16 – Carregamentos (kgf) associados a fase de deslocamento horizontal na simulação de cisalhamento. 95
Tabela 17 - Teste de refinamento de malha no AAF do estudo de caso. 99

LISTA DE SÍMBOLOS

Tg	temperatura de transição vítrea
E	módulo de elasticidade ou módulo de Young
σ_{ij}	tensor de tensões (i,j = 1,2,3)
C_{ijkl}	tensor de rigidez ou das propriedades elásticas (i,j,k,l = 1,2,3)
ε_{kl}	tensor de deformações (k,l = 1,2,3)
σ, σ_i	tensões principais (i = 1,2,3)
$\varepsilon, \varepsilon_i$	deformações principais (i = 1,2,3)
W	função densidade de energia
K	constante elástica de uma mola
$\Delta l,\ l_i$	alongamento (i = 0,1,2)
A	área
V	volume
ν	coeficiente de Poisson
k	módulo volumétrico ou módulo de compressibilidade
μ , G	módulo de cisalhamento ou módulo de elasticidade transversal
λ , λ_{i}	estiramentos principais (i = 1,2,3)
F	gradiente de deformação
C	tensor de Cauchy-Green direito
B	tensor de Cauchy-Green esquerdo
I_i	invariantes principais (i = 1,2,3)
$tr(C)$	somatório dos estiramentos da diagonal principal do tensor C
J	relação de volume total
$\bar{I}_i$	invariantes desviadores principais (i = 1,2,3)

$\bar{\lambda}_i$	estiramentos desviadores principais (i = 1,2,3)
W_d	energia de deformação associada a mudança de forma
W_V	energia de deformação associada a mudança de volume
P	tensão associada a mudança de volume
C_{ij}	constantes hiperelásticas do material (i,j = 1,...,N)
D_k	parâmetro de incompressibilidade do material (k = 1,...,N)
J_{el}	razão elástica de volume
k_0	módulo volumétrico inicial
μ_0	módulo de cisalhamento inicial
μ_i	parâmetro do material no modelo de Ogden (i = 1,...,N)
α_i	parâmetro do material no modelo de Ogden (i = 1,...,N)
η	função de densidade das cadeias elastoméricas no modelo Arruda-Boyce
κ	constante de Boltzmann no modelo Arruda-Boyce
Θ	temperatura no modelo Arruda-Boyce
λ_L	alongamento máximo que uma molécula permite no modelo Arruda-Boyce
W	função energia relacionadas aos principais estiramentos conforme Valanis-Landel
$\overline{w}$	função energia relacionadas aos principais estiramentos conforme Valanis-Landel para materiais incompressíveis
$\widetilde{W}$	função densidade de energia considerando a hipótese de Valanis-Landel
$\overline{W}$	função densidade de energia em tensão uniaxial
$\overline{\overline{W}}$	função densidade de energia em tensão biaxial
$\dot{\dot{W}}$	função densidade de energia em cisalhamento puro
V_0	volume inicial
E_r	erro relativo
T_i^{th}	tensão obtida no teste experimental

T_i^{test}	tensão teórica da curva ajustada
T	tensão obtida através do teste uniaxial
K_c	rigidez a compressão
F_c	força de compressão
E_c	módulo de compressão
K_s	rigidez ao cisalhamento
F_s	força de cisalhamento
D	Deslocamento
T	Espessura
Φ	coeficiente de compressibilidade
S	fator de forma
L	largura do aparelho de apoio
C	comprimento do aparelho de apoio
fyk	limite de escoamento do aço

LISTA DE ABREVIATURAS

AA	Aparelho de Apoio
AAF	Aparelho de Apoio Fretado
EF	Elementos Finitos
PTFE	Poly Tetra Fluoro Ethylene (Teflon)
C5H8	Polímero Isopreno
NR	Borracha Natural
SBR	Borracha Sintética
IRHD	Grau Internacional de Dureza Da Borracha
SH	Margem de Dureza da Borracha
ASTM	American Society for Testing and Materials
MEF	Método dos Elementos Finitos
CAE	Computer Aided Engineering (Engenharia Auxiliada por Computador)
C3D8	Elemento Tridimensional Hexaédrico
C3D8R	Elemento Tridimensional Hexaédrico com Integração Reduzida
C3D8H	Elemento Tridimensional Hexaédrico com Formulação Híbrida
NLgeom	Não Linearidade Geométrica
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
FN	Força Normal
FT	Força Transversal
RP	*Reference Point* – Ponto de Referência para aplicação dos carregamentos
MPC	*Multi-Point Constraint* – Condição de restrição multiponto

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO 16
1.1 Contextualização 16
1.2 Justificativa 17
1.3 Objetivos 18
1.4 Organização do texto 19
2 REVISÃO DE LITERATURA 20
2.1 Histórico e evolução das pontes 20
2.2 Aparelhos de apoio 22
2.3 Caracterização da borracha 27
2.3.1 O processo de Vulcanização 28
2.3.2 A viscoelasticidade e a influência da temperatura nos elastômeros 29
2.3.3 O fenômeno da Histerese 31
2.3.4 Dureza 34
2.4 Modelos Hiperelásticos 35
2.4.1 Elasticidade Linear 35
2.4.2 Hiperelasticidade 37
2.4.3 Leis constitutivas dos materiais hiperelásticos 38
2.4.4 Modelos constitutivos 41
2.5 Obtenção das constantes do material hiperelástico 46
2.5.1 Tração simples 48
2.5.2. Tensão biaxial 49
2.5.3. Cisalhamento Puro (Planar) 50
2.5.4. Teste volumétrico 52
2.6. Método de Elementos Finitos (MEF) aplicado à modelagem de elastômeros 53
3 METODOLOGIA 58
3.1 Obtenção das constantes do material 58
3.2 Ensaio de alongamento uniaxial 58
3.3 Simulação do teste uniaxial 64
3.4 Ensaios experimentais nos aparelhos de apoio fretado 65
3.4.1 Ensaio de Compressão 65
3.4.2 Ensaio de Cisalhamento 66
3.5 Validação através da modelagem analítica 67

3.5.1 Compressão 68
3.5.2 Cisalhamento 68
3.6 Validação do modelo através do MEF 69
3.6.1 Compressão 70
3.6.2 Cisalhamento 73
3.7 Estudo de caso 74
4 RESULTADOS E DISCUSSÕES 77
4.1 Ajuste de curvas 77
4.2 Teste uniaxial 79
4.3 Compressão no AAF 83
4.3.1 Modelagem analítica 83
4.4 Cisalhamento no AAF 90
4.4.1 Modelagem analítica 90
4.4.2 Modelagem em Elementos Finitos 90
5 CONCLUSÕES 102
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 104

1

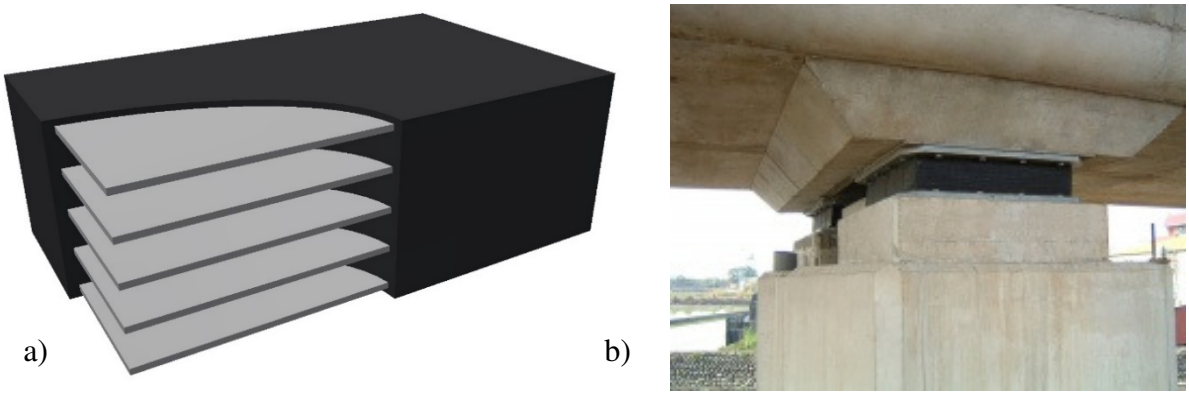
INTRODUÇÃO

1.1 Contextualização

Os Aparelhos de Apoio (AA) são componentes instalados nas ligações entre as vigas da superestrutura e as colunas da mesoestrutura de pontes e viadutos. Tal dispositivo foi desenvolvido para suprir as necessidades que surgiram quando essas estruturas se tornaram maiores, sendo então solicitadas por ações de caráter cíclico e com maiores magnitudes.

Os AA devem ser capazes de transmitir os carregamentos associados a estrutura, assim como permitir movimentações de translação e rotação provenientes da movimentação dos veículos, da variação de temperatura, dos abalos sísmicos, dos ventos, entre outros.

Ao longo dos anos, diversos tipos de materiais foram utilizados na fabricação dos AA. O mais utilizado na atualidade envolve uma associação entre aço e borracha, sendo conhecido como Aparelho de Apoio Fretado (AAF), que pode ser observado na Figura 1. Para que a borracha tenha uma resistência compatível com sua utilização, são adicionados materiais de preenchimento em sua composição. Tais misturas fazem com que cada tipo de borracha tenha características diferentes, além de exibir um comportamento elástico altamente não linear.



a) b)

Figura 1- O aparelho de apoio fretado com a distribuição das camadas internas (a) e instalado em uma ponte (b). Fonte: https://freyssinet.co.uk/bridge-bearings/ e http://www.diprotec.com.br/produto/neoprene/

A caracterização das borrachas tem sido possível através da utilização de modelos hiperelásticos que fazem uso de funções de energia de deformação, desenvolvidas ao longo das últimas décadas através dos estudos de Mooney (1940), Yeoh (1993), Valanis e Landel (1967), Ogden (1972), Treloar (1943a, 1943b), Arruda e Boyce (1993), Bechir (2005), Horgan-Saccomandi (2005), dentre outros.

A análise em Elementos Finitos (EF) é um procedimento que vem se mostrando eficaz para a modelagem de estruturas cuja complexidade impossibilita a utilização de procedimentos de cálculo analíticos. Alguns softwares comerciais de análises em EF possibilitam simulações de comportamento da borracha através de funções de energia de deformação adequadas para cada situação de deformação.

Nesse contexto, o presente estudo tem como objetivo a utilização do software de EF Abaqus® para a caracterização do comportamento mecânico do conjunto borracha/aço utilizado na fabricação dos elementos de apoio executados por uma empresa fabricante de AAFs. Um primeiro estudo de caracterização da borracha se faz necessário para que as constantes do material sejam obtidas, assim como uma avaliação do modelo hiperelástico que melhor representa o material.

Em etapa subsequente do estudo, um AAF será modelado para avaliação do desempenho do aparelho quando sujeito a situações usuais de projeto, comparando os resultados com soluções analíticas conforme estudos de Gent (2012), associando tais comparações com as respostas de protótipos desenvolvidos pelo fabricante.

Finalmente, um AAF implantado em um viaduto será utilizado com a aplicação do método, de forma a avaliar seu comportamento quando submetido ás cargas usuais de projeto, verificando se sua geometria e configuração das camadas dos materiais atendem as exigências normativas.

1.2 Justificativa

No desenvolvimento das estruturas de pontes e viadutos, os AA são responsáveis por transferir esforços verticais e absorver uma parcela dos esforços horizontais que, por sua vez, se relacionam com a rigidez da borracha e do conjunto da estrutura. Para se avaliar as características necessárias ao AAF, são feitas considerações associadas a flexibilidade do AA.

Tais considerações são feitas de maneira aproximada, na qual as dimensões e a configuração do elemento são selecionados a partir da análise dos esforços obtidos na concepção da estrutura.

Ocorre que a absorção dos esforços horizontais está associada a deformação do elemento e, caso o mesmo perca sua característica de se deformar e retornar ao formato original, aparecerão tensões na mesoestrutura incompatíveis com a concepção estrutural inicialmente considerada.

Nesse contexto, faz-se necessário uma análise mais aprofundada de como o elemento de apoio se comporta ao ser submetido aos esforços verticais e horizontais, assim como suas características de deformação. Tal análise só é possível após a avaliação do modelo hiperelástico apropriado para representar o material.

O estudo se mostra relevante para o processo de fabricação do AAF, no qual poderão ser realizadas simulações de trabalhabilidade dos aparelhos sem a necessidade de investimento em protótipos. Do ponto de vista do projetista, este estudo poderá auxiliar nas concepções das estruturas, considerando de maneira mais realista a forma como o conjunto se comporta ao ser submetido a condições usuais de utilização, simulando diferentes configurações para os aparelhos de apoio.

1.3 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é desenvolver uma metodologia para correlacionar a modelagem em EF de um AAF com os resultados obtidos de maneira analítica através de equações relacionadas na bibliografia de referência, assim como nas respostas obtidas em experimentos com protótipos desenvolvidos por fabricantes deste tipo de dispositivo.

Os objetivos específicos presentes nesse trabalho são:

- Relacionar os procedimentos necessários para a caracterização da borracha, associando cada um deles ao modo de deformação e equacionamento desenvolvido a partir de funções de energia de deformação;
- Avaliar os modelos constitutivos clássicos, diferenciando-os quanto a sua eficiência quando submetidos a diferentes tipos e níveis de deformação, de forma a utilizar nas simulações aqueles que apresentarem maior compatibilidade com o objeto de estudo;
- Verificar o tipo de elemento finito mais adequado para a geometria do aparelho, assim como o refinamento de malha e condição de contorno compatíveis com as situações aplicadas nos protótipos e nas estruturas *in loco*;
- Aplicar a metodologia em um estudo de caso, aplicando os carregamentos obtidos no projeto e verificando o comportamento do AAF escolhido para a estrutura do estudo.

Entre os procedimentos necessários para validar a metodologia desenvolvida, é necessário que sejam obtidas as constantes do material associadas a cada modelo constitutivo. Tais valores são obtidos através do ajuste de curvas através de EF, onde é observada a curva de tensão x deformação do modelo constitutivo que mais se aproxima àquela obtida nos testes experimentais do material.

1.4 Organização do texto

O presente trabalho é composto por 5 capítulos, que se iniciam pelo capítulo onde são introduzidos os conceitos e métodos envolvidos na pesquisa (Introdução). No capítulo 2 (Fundamentação Teórica) é apresentado o histórico e concepção dos AA, assim como as particularidades da borracha utilizada no elemento e os modelos constitutivos desenvolvidos para representar o comportamento mecânico da borracha. No capítulo 3 (Metodologia) são apresentadas as etapas utilizadas no estudo para a otimização e validação dos resultados dos testes experimentais de caracterização da borracha, assim como a sequência do processo de modelagem do AAF utilizando as constantes obtidas no ajuste de curvas e a validação do modelo através da comparação com as respostas nos testes de protótipos e resultados analíticos. No capítulo 4 (Resultados e discussões) é apresentado o resultado obtido em cada etapa, tais como as constantes de cada modelo, os resultados e a comparação dos mesmos com as respostas dos testes experimentais e protótipos, além de uma aplicação da metodologia em um estudo de caso em um viaduto implantado. Por fim, no capítulo 5 (Conclusões) é feita uma análise do trabalho, discutindo como o método pode ser útil tanto no processo de fabricação do AAF quanto na concepção do projeto da estrutura, assim como sugestões de novas possibilidades para pesquisas futuras associadas ao tema.

2

REVISÃO DE LITERATURA

2.1 Histórico e evolução das pontes

As pontes são construções que possibilitam a continuidade de uma via, transpondo obstáculos como vales, rios, outras vias, etc. Quando se trata de um obstáculo constituído de um curso d'água ou qualquer superfície líquida, tal construção é chamada de ponte; em outros casos ela recebe a denominação de viaduto (Marchetti, 2013).

Tais estruturas acompanharam a evolução da humanidade em diversos quesitos, como a utilização de materiais que foram surgindo ao longo dos anos, a capacidade de vencer vãos cada vez maiores e a capacidade de suportar veículos mais pesados trafegando com velocidades diferentes. Também devem ser consideradas a sua função estética e a sintonia com o ambiente no processo de concepção da estrutura.

De acordo com Chen e Duan (2000), uma maior preocupação na elaboração dos projetos de pontes foi influenciada por fatores históricos como: o crescimento da produção industrial no século XIX, a promoção dos veículos individuais com a Ford e a ampliação da rede de vias rodoviárias e ferroviárias. Tal preocupação se relaciona com a busca em proporcionar maior segurança para os usuários e determinar a capacidade de carregamento ao qual cada ponte está condicionada.

Ao se projetar uma ponte, deve-se considerar que as mesmas devem acomodar veículos maiores e em maior número, prevendo situações associadas a acidentes, a atuação de fatores naturais como vento e abalos sísmicos, às diferentes velocidades de veículos que trafegam nas mesmas, assim como as diferentes cargas associadas a esses veículos. Também é necessário prever demandas futuras e determinar o tempo que a estrutura é considerada segura sem a necessidade de intervenções de manutenção ou de reforço. A aplicação de modelos probabilísticos na

obtenção de modelos de deterioração em pontes brasileiras pode ser encontrada em Oliveira (2019).

Em linhas gerais, as pontes são compostas pela superestrutura (responsável por transpor o vão propriamente dito, constituído normalmente pelo tabuleiro e pelas vigas), pela mesoestrutura (responsável por conduzir os esforços para a infraestrutura, composto geralmente por pilares) e pela infraestrutura (onde ocorre a transferência dos esforços para o solo, composto pelas fundações). Tais elementos estão representados no esquema da Figura 2.

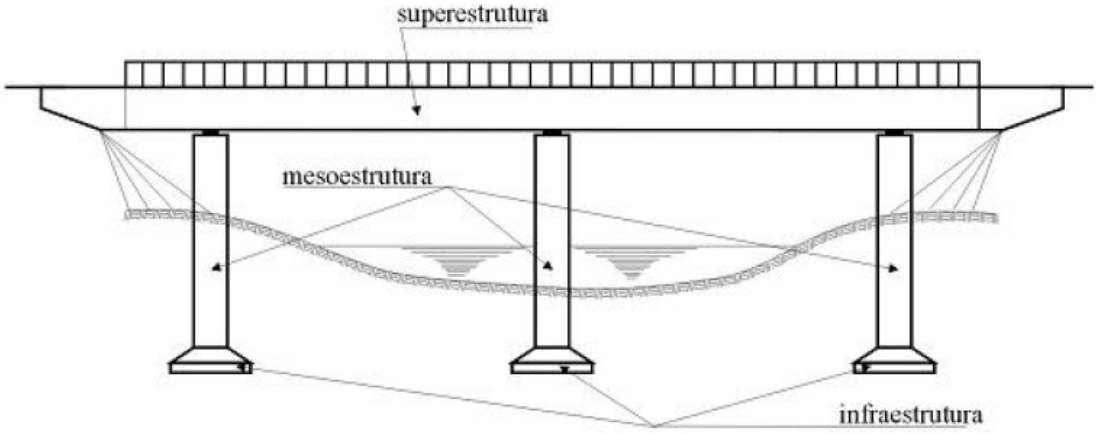


Figura 2 - Elementos componentes de uma ponte. Fonte: Vitório (2002)

Entre a superestrutura e a mesoestrutura é instalado um dispositivo conhecido como aparelho de apoio (AA), que é responsável pela transferência dos esforços entre as estruturas e por permitir determinadas movimentações na superestrutura. Tais aparelhos, que inicialmente eram constituídos do mesmo material das pontes, tiveram que ser adaptados para atender as novas demandas relacionadas ao processo de modernização das pontes.

Esse tipo de dispositivo é utilizado tanto em estruturas rodoviárias quanto em estruturas ferroviárias. Essa última tipologia também foi sendo solicitada por cargas cada vez mais altas ao longo dos anos, comportando vagões cada vez mais pesados e vencendo obstáculos mais complexos. Devido a existência dos trilhos e da importância de sua integridade relativa ao material e a geometria, o cuidado com as deformações é ainda maior, exigindo a utilização de AA compatíveis. Esse tipo de estrutura não será abordado nesse trabalho, que terá como foco as estruturas rodoviárias.

2.2 Aparelhos de apoio

As primeiras pontes eram constituídas de materiais básicos tais como madeira e rocha. A ligação entre os elementos dessas pontes era feita utilizando-se o mesmo material, de forma que os primeiros AA foram utilizados inconscientemente. A medida que novos materiais foram inseridos nas estruturas, surgiram novas preocupações associadas à dilatação e à variação de temperatura destes diferentes materiais.

Conforme relatado por Cordeiro (2014), a *Southwark Bridge* construída por John Rennie entre 1813 e 1819 é um exemplo onde a variação de temperatura do ferro fundido utilizado como material de construção levou ao colapso do pilar de alvenaria da ponte. Na análise da solução do problema, foi identificada a necessidade de inserir elementos móveis que permitissem a liberdade de expansão e contração do aço, sem transmitir essa movimentação para os pilares, que deveriam suportar somente os carregamentos normais à superfície de rolamento do tabuleiro da ponte.

A partir desse conceito inicial, soluções que permitiam liberdade de movimentação na superestrutura passaram a ser utilizadas. As primeiras soluções incluíam o uso de ranhuras, rolamentos planos e rolos metálicos móveis. Com a inserção do concreto armado e protendido na construção de pontes, o conceito de movimentação dos aparelhos de apoio foi ampliado. Tais elementos, além de suportar os carregamentos verticais, passaram a ser capazes de permitir movimentações de translação e rotação, associados a permissões e restrições de movimentação relativos a cada elemento estrutural. Nesse processo evolutivo incluem-se dispositivos que amortecem a resposta estrutural em relação a ações dinâmicas considerando respostas viscoelásticas, como pode ser verificado no estudo de Vasconcellos (2018).

De acordo com Chen e Duan (2000), a fluência, a retração e as variações de temperatura são as causas mais comuns para os movimentos de translação da estrutura, podendo ocorrer nas direções transversal e longitudinal. Já o tráfego, tolerâncias construtivas e recalques da fundação são as causas mais comuns para os movimentos de rotação.

Os AA podem ser classificados como fixos (permitindo somente rotações) ou articulados (permitindo movimentos de rotação e translação). Os principais modelos utilizados são constituídos de concreto, aço e de materiais elastoméricos, podendo também apresentar associações entre esses materiais.

Os AA de concreto apresentam vantagens relativas ao custo e simplicidade, permitindo somente movimentos de rotação para a superestrutura. Devido à sua fragilidade e impossibilidade de substituição, esse tipo de aparelho não é mais utilizado em projetos recentes, porém podem ser verificados em estruturas já implantadas. As técnicas mais utilizadas para aparelhos de concreto são subdivididas de acordo com o tipo de articulação adotado, alguns exemplos são apresentados na Figura 3.

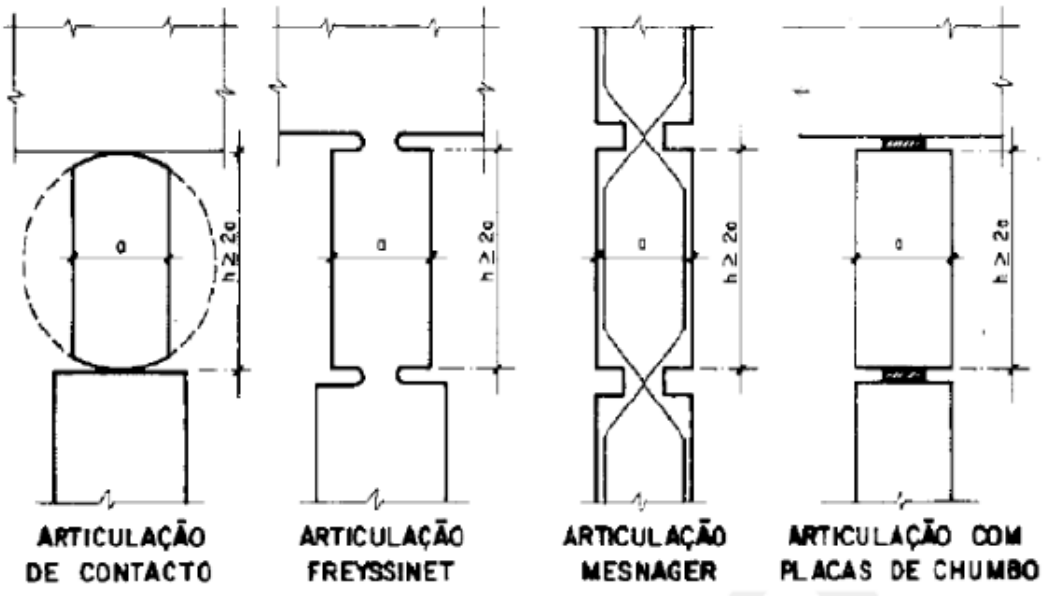


Figura 3 - Tipos de aparelhos de apoio fabricados em concreto. Fonte: El Debs e Takeia (2010)

Os AA metálicos, por sua vez, apresentam maior durabilidade e ductilidade quando comparado aos de concreto. Podem ser moldados conforme a funcionalidade desejada, ampliando assim as possibilidades de movimentação. A preocupação com a durabilidade deve ser considerada, exigindo manutenção periódica para avaliação dos efeitos de deterioração como a corrosão. Entre os tipos mais utilizados encontram-se os rolos, os oscilantes, os cilíndricos, os lineares, as rótulas e os especiais (grandes dimensões).

A Figura 4 apresenta algumas tipologias dos AA metálicos, sendo subdivididos entre aparelhos fixos (Figura 4-a) e móveis (Figura 4-b).

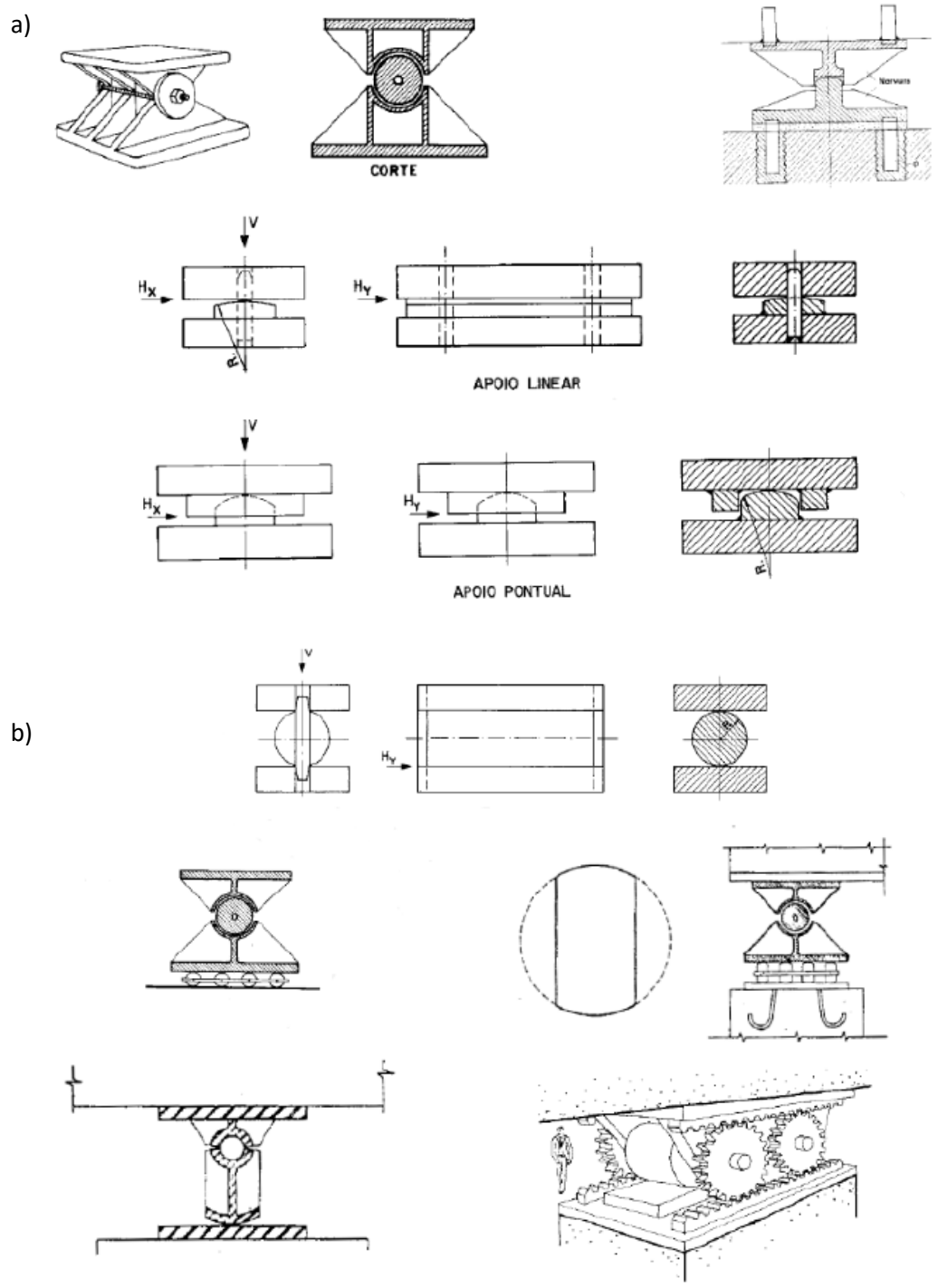


Figura 4 - Aparelhos metálicos fixos (a) e móveis (b). Fonte: El Debs e Takeia (2010)

Os AA elastoméricos, também conhecidos como aparelhos de Neoprene[1], são compostos por um bloco de elastômero, podendo apresentar reforço com chapas de aço em camadas intermediárias, neste caso recebendo a nomenclatura de aparelho de apoio de elastômero fretado, como é tratado pela ABNT (2015) ou simplesmente aparelho de apoio fretado (AAF).

[1] Neoprene é o nome genérico do Policloropreno, descoberto por Arnold Collins em 1931 e comercializado pela Dupont em 1932, inicialmente com o nome de Duprene.

O elastômero é um polímero macromolecular produzido a base de borracha, tendo como principal característica a capacidade de recuperar a forma e dimensão originais após ser submetido a deformações consideráveis.

Os AA elastoméricos são capazes de permitir deformações elásticas através da transmissão de forças horizontais, movimentos horizontais, rotações da estrutura em qualquer direção e ainda transmitir os esforços verticais, podendo ser constituídos de borracha natural ou sintética que apresente grande durabilidade.

A incorporação de outros materiais nos aparelhos de apoio elastomérico, como chapas de aço, resulta em uma maior resistência do dispositivo a cargas elevadas, assim como na diminuição da deformação axial, sendo essa configuração a mais utilizadas nos projetos atuais. Os AA elastoméricos são produzidos em diversas configurações, das quais se destacam:

a) **AA Simples:** representada pela Figura 5-a, é constituído apenas de elastômero, permitindo grandes deslocamentos, porém com capacidade de carga reduzida, sendo, portanto, mais utilizado em estruturas menos solicitadas.

b) **AA Fretado:** composto por camadas de elastômero e aço, sem nenhuma adição de superfície de deslizamento ou bloqueamento, conforme Figura 5-b. Permitem deslocamentos no sentido longitudinal e transversal, reduzindo os deslocamentos no sentido vertical e não transmitindo nenhum tipo de momento para a mesoestrutura.

c) **AA Fretado com superfície de deslizamento (com ou sem guia):** ilustrada pela Figura 5-c, normalmente utiliza-se folhas de PTFE - *Poly Tetra Fluoro Ethylene* (Teflon) coladas ao Neoprene cintado e também nas superfícies metálicas inferiores e superiores que possuem um guiamento responsável por permitir deslocamentos em uma direção (unidirecionais) ou em ambas as direções (multidirecionais). Essa configuração permite rotações em torno dos três eixos, reduzindo os deslocamentos verticais, transmitindo esforço normal sem transmitir momento para a mesoestrutura.

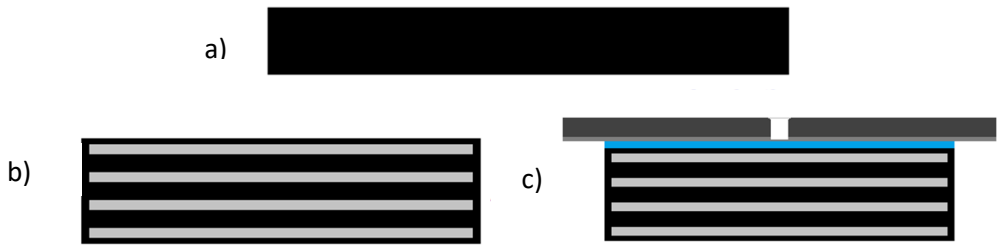


Figura 5 - Aparelhos de apoio elastomérico simples (a), fretado (b) e deslizante (c). Fonte: https://www.ctborracha.com/aparelhos-de-apoio-elastomericos/

Para selecionar o tipo adequado de AA é necessário avaliar as cargas e movimentações previstas em projeto. Tal dispositivo deve ser capaz de atender requisitos de funcionalidade, durabilidade, segurança, atendendo exigências de regulamentações vigentes e aproveitando as potencialidades associadas a cada metodologia.

Um resumo das características de resistência, transmissão de cargas e permissão de movimentos associados aos principais tipos de aparelhos de apoio pode ser obtido no documento *British Standard 5400 – Part 9: Bridge bearings* (1983), adaptadas nas Tabelas 1 e 2 abaixo.

Tabela 1 - Performance funcional de diferentes tipos de aparelhos de apoio. Fonte: Adaptado de British Standard 5400 – Part 9: Bridge bearings (1983)

Tipo de aparelho	**Translação permitida**		**Rotação permitida**			**Resistência de carga**		
	Longitudinal	**Transversal**	**Longitudinal [1]**	**Transversal [2]**	**Plana**	**Vertical**	**Longitudinal**	**Transversal**
Rolo ou rolete								
Rolete único	✓	×	✓	×	×	✓	×	S
Rolete múltiplo	✓	×	×	×	×	✓	×	S
Oscilante								
Com contato linear	×	×	✓	×	×	✓	✓	S
Com contato pontual	×	×	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Deslizante plano	✓	✓	×	×	×	✓	✓	S
Elastomérico								
Simples	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Fretado	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓
Panela ou receptáculo			✓	✓	S	✓	✓	✓
Guiados								
Longitudinal	✓	×	✓	S	×	×	×	✓
Transversal	×	✓	S	✓	×	×	✓	×

Legenda:
- ✓ Adequado
- × Não adequado
- S Requer considerações especiais

Notas:
1 - Rotação sobre o eixo transversal
2 - Rotação sobre o eixo longitudinal

Tabela 2 - Diretrizes para seleção de aparelhos de apoio. Fonte: Adaptado de British Standard 5400 – Part 9: Bridge bearings (1983)

Diretrizes para seleção de rolamentos de ponte											
Tipo de apoio	Carga vertical recomendada (KN)	Capacidade de movimento em um sentido (mm)	Rotação em radianos	Performance sísmica	Força horizontal nos suportes (% de carga da superestrutura)	Manutenção requerida	Altura aproximada do elemento (mm)	Aplicações típicas			
								Direta	Curvada	Aço	Concreto
Roletes	600 a 2600	100	0,19	Ruim	3	Máxima	360 a 660	✓	-	✓	-
Deslizante metálico	200 a 1330	25	0,08	Ruim	15	Máxima	50 a 100	✓	-	✓	-
Panela	200 a 17800	Ilimitado	0,04	Boa	3 a 5	Mínima	60 a 180	✓	✓	✓	✓
Esférico	800 a 26700	Ilimitado		Boa	5 a 10	Mínima	124 a 250	✓	✓	✓	✓
Elastomérico simples	100 a 450	10		Boa	3 a 12	Nenhuma	10 a 209	✓	✓	-	✓
Elastomérico fretado	300 a 2200	60	0,025	Boa	3 a 12	Nenhuma	10 a 20	✓	✓	-	✓

Através da análise das tabelas é possível observar que os AAF possuem vantagens com relação à liberdade de movimentos em comparação aos demais tipos. Outra grande vantagem observada é seu custo mínimo com manutenção, a performance em caso de abalo sísmico e as dimensões reduzidas em relação a qualquer outra tipologia.

Conclui-se, portanto, que os AA elastomérico são boas opções para projetos de pontes, atendendo às principais exigências de transferência de esforços e absorção de deformação demandadas pela estrutura. No caso dos AAF há ainda um ganho considerável de resistência aos carregamentos verticais e capacidade de movimentação.

Para uma melhor compreensão de como o elemento se comporta, é necessária ampliação do conhecimento sobre o processo de produção e comportamento mecânico do principal material constituinte do aparelho fretado: a borracha.

2.3 Caracterização da borracha

De acordo com Treloar (1975), a borracha foi originalmente obtida em forma de látex da árvore Hevea Brazilienses (seringueira). A palavra borracha deriva de sua habilidade em remover marcas no papel, sendo esta propriedade descoberta pelo químico Priestley em 1770. O termo borracha não se restringe apenas para as borrachas naturais, mas se aplica também a qualquer material que possui propriedades mecânicas substancialmente similares a borracha natural, independentemente de sua constituição química.

A borracha natural é essencialmente um hidrocarboneto e está contida no látex em forma de pequenos glóbulos suspensos em líquido com concentração em torno de 35%. Em termos químicos, a borracha é um polímero isopreno (C5H8) construído em forma de cadeia contínua perfeitamente regular. A estrutura molecular da borracha natural pode ser observada na Figura 6 abaixo.

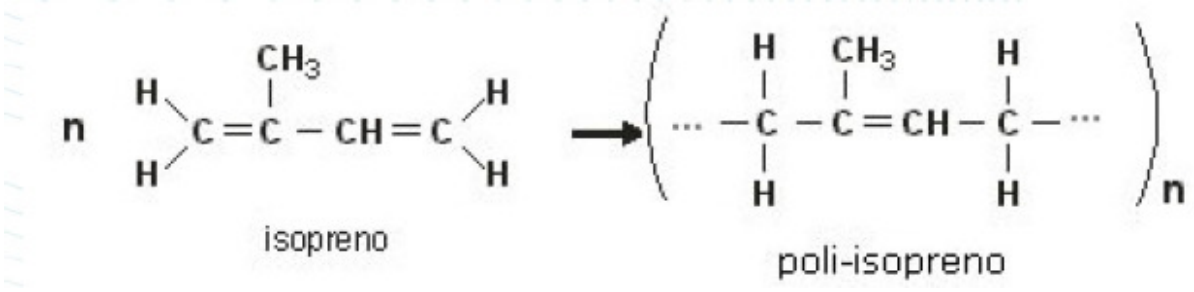


Figura 6 - Estrutura molecular da borracha natural. Fonte: Escocio et al. (2013)

2.3.1 O processo de Vulcanização

Após o descobrimento da borracha, foram realizadas pesquisas buscando melhorias nas características do material, as quais eram substancialmente prejudicadas por fatores relativos ao clima e a temperatura. Destaca-se, nesse período, o ano de 1839, quando Charles Goodyear descobriu acidentalmente o processo de vulcanização ao aquecer a borracha associada com enxofre e carbonato básico de chumbo.

O processo químico da vulcanização ocorre quando a borracha reage com o enxofre para produzir uma rede de ligações sulfídricas entre as cadeias poliméricas como observado na Figura 7, formando assim uma cadeia tridimensional. Através desse processo ocorrem ligações covalentes tão fortes que o material se torna mais resistente, insolúvel e incapaz de ser fundido.

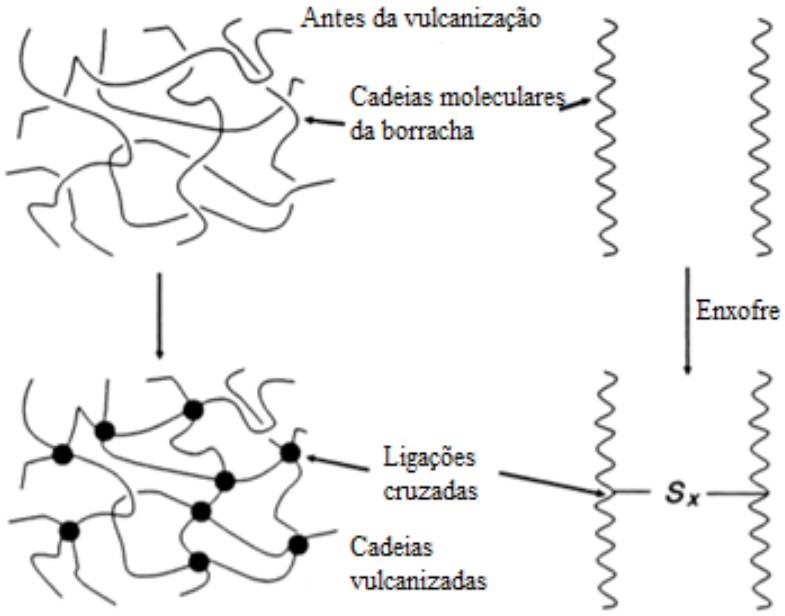


Figura 7 – Formação da cadeia tridimensional no processo de vulcanização. Fonte: Adaptado de Mark et al. (2005)

Os agentes necessários no processo de vulcanização incluem enxofre, resinas óxido metálicas, peróxidos orgânicos, entre outros. Além disso é necessária energia para a reação (normalmente em forma de calor), fazendo com que o material deixe de apresentar comportamento plástico para apresentar um comportamento elástico. Apesar das melhorias alcançadas nesse processo, os primeiros sistemas de vulcanização apresentaram alguns problemas, como a necessidade de grandes quantidades de enxofre, tempos longos de cura e baixa resistência ao envelhecimento. Tais problemas só puderam ser tratados com a descoberta dos aceleradores de cura orgânicos, em torno de 1900.

2.3.2 A viscoelasticidade e a influência da temperatura nos elastômeros

Com o avanço da industrialização, começaram a surgir as primeiras borrachas sintetizadas em laboratório, em grande parte derivadas do petróleo. Algumas das borrachas sintéticas mais importantes são o Policloropreno ou Neoprene (sintetizada em 1931) e a Acrilonitrila ou Borracha Nitrílica (sintetizada em 1957). As borrachas brutas advindas tanto da coagulação do látex como da polimerização da borracha sintética passam por um processo de mistura com aditivos, tornando-se um composto não vulcanizado. Segue-se então o processo de vulcanização ou de cura, onde o material passa a ser chamado de elastômero.

Após as cadeias poliméricas terem sido reticuladas no processo de vulcanização, a borracha adquire características que possibilitam que o material sofra grandes deformações elásticas reversíveis, atingindo deformações que podem superar 500% e, se não houver dano no material, conseguem retornar a seu formato original após o carregamento ser retirado.

O ganho de rigidez e resistência do material após o processo de vulcanização pode ser observado nas inclinações das curvas apresentadas na Figura 8, onde são exibidas curvas de carregamento e descarregamento para borrachas vulcanizadas e não vulcanizadas. A adição de materiais durante esse processo, o tempo de cura e as condições de temperatura alteram as propriedades do material podendo passar a exibir uma resposta altamente anisotrópica.

A reversibilidade de deformação da borracha depende do tempo e da temperatura, por isso ela pode ser caracterizada como um material viscoelástico. A viscoelasticidade está relacionada aos fenômenos de fluência, relaxamento e histerese no material. O fenômeno de fluência é relacionado com a deformação lenta observada quando o material é submetido a um estado de tensões constante. O relaxamento da tensão ocorre quando, após a imposição de um estado de deformação prescrito, a tensão diminui ao longo do tempo. A histerese ocorre quando o material é submetido a cargas cíclicas, exibindo relações de tensão x deformação diferentes durante o processo de carregamento e descarregamento. A viscoelasticidade pode ser linear ou não linear, podendo também ser isotrópica ou anisotrópica.

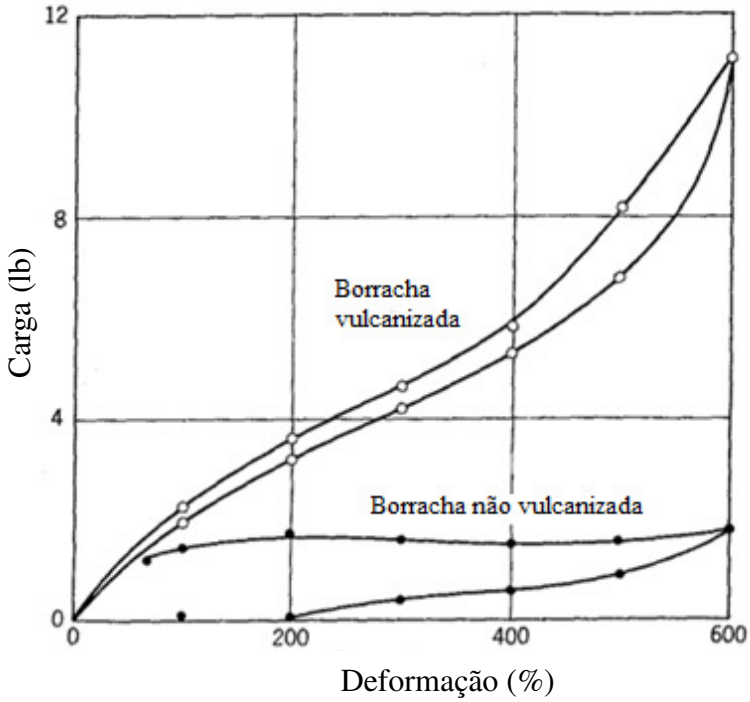


Figura 8 – Curva carga (lb) x deformação (%) típica da borracha natural vulcanizada e não vulcanizada. Fonte: Adaptado de Billmeyer (1971)

Os efeitos da temperatura devem ser considerados nos elastômeros pois afetam importantes aspectos de seu comportamento. Os principais efeitos da variação da temperatura no material incluem o surgimento de tensões térmicas que devem ser combinadas com as tensões mecânicas, a alteração dos módulos do material e a ocorrência de fluxos de calor.

De acordo com Treloar (1975), um fato relevante associado à temperatura nas borrachas é a faixa de transição vítrea (*Tg*) que ocorre em torno de -71° C para borrachas não vulcanizadas e alguns graus a mais para borrachas vulcanizadas. Sob temperaturas inferiores a *Tg,* a borracha deixa de ser flexível e torna-se um material rígido e duro. Valores baixos de *Tg* são importantes para evitar perdas de energia indesejáveis durante as variações de temperatura observada no ambiente onde o material será utilizado.

Outras considerações relacionadas à temperatura incluem a produção de calor através de problemas de contato, assim como a geração de calor de componentes de borracha em aplicações dinâmicas, já que, após cada ciclo de deformação, alguma fração da energia elástica é dissipada como calor devido à viscoelasticidade (MSC, 2010).

As misturas realizadas na borracha antes da vulcanização têm como objetivo melhorar as propriedades mecânicas do elastômero, tais como a rigidez, a resistência à tração, a resistência ao rasgamento, a resistência à abrasão e a melhoria na distribuição de tensões.

Partículas minúsculas de carbono (chamadas de negro de fumo) e a sílica se destacam entre os materiais mais utilizados nessa mistura, porém tais partículas podem trazer algumas alterações negativas no comportamento do material. De acordo com MSC (2010) a resposta viscoelástica e as perdas por histerese são aumentadas consideravelmente por tais aditivos, uma vez que as propriedades do material dependem do seu histórico de deformação.

2.3.3 O fenômeno da Histerese

Após a aplicação de carregamentos cíclicos, a borracha dissipa energia graças aos efeitos da histerese. A borracha solicitada sofre uma redução do nível de tensão, um fenômeno causado por uma quebra de ligações cruzadas e um descolamento progressivo de moléculas de borracha na superfície dos enchimentos de reforço. Tal fenômeno pode ser observado na Figura 8, onde nota-se uma folga no caminho do carregamento e descarregamento da borracha. A área delimitada entre as curvas de carregamento e descarregamento indicam a capacidade de dissipação de energia da borracha. Os principais mecanismos responsáveis pela histerese na borracha estão relacionados com outros fatores como a temperatura, partículas adicionadas, proporção de tensão, etc.

Algumas causas da histerese estão relacionadas a seguir:

a) **Fricção interna:** resultado do rearranjo da estrutura molecular sob cargas aplicadas e subsequente deslizamento de correntes uma após a outra. É altamente dependente da temperatura podendo ser descrita pelo conceito de viscosidade de fluxo, que possui dependência com a temperatura de transição vítrea da borracha.
   Um aumento na temperatura resulta no aumento da mobilidade da cadeia, levando a uma diminuição da viscosidade e redução da histerese. A presença de negro de fumo, por exemplo, leva à diminuição da mobilidade segmentar e, consequentemente, aumenta a viscosidade e aumenta a histerese.
b) **Cristalização:** grandes valores de extensão e retração no material elastomérico originam a formação e fusão de regiões cristalizadas, que produzem efeitos de histerese. Na fase de retração, geralmente a taxa de relaxação excede aquela na qual as cadeias moleculares se desorientam, levando a um longo período de cristalização. Dessa forma, as borrachas naturais (NR) não preenchidas apresentam maior histerese que as borrachas sintéticas (SBR) não preenchidas, como mostrado na Figura 9.

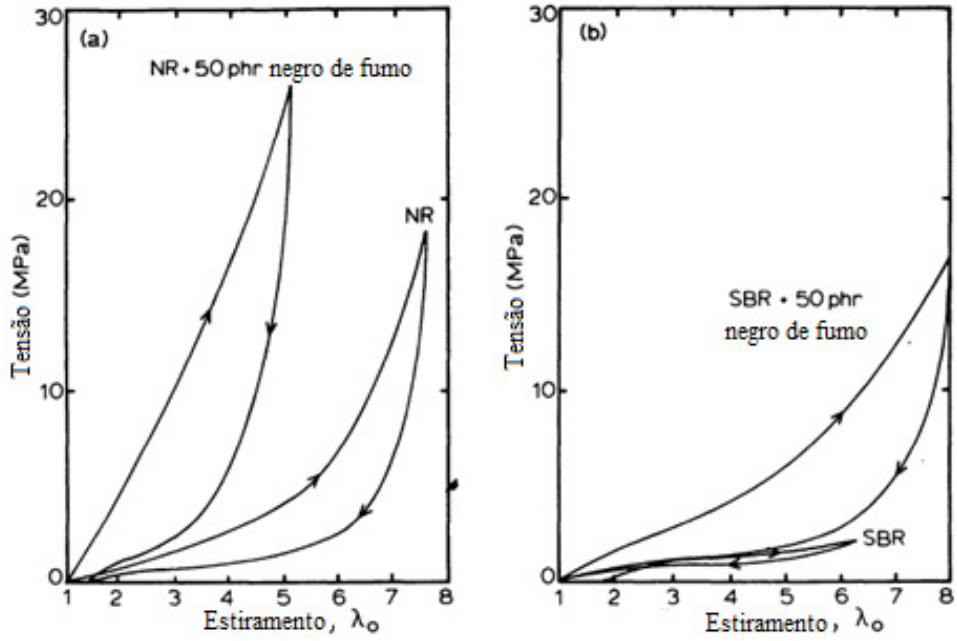


Figura 9 – Fases de carregamento e descarregamento para a borracha natural (NR) preenchida e não preenchida (a) e para a borracha sintética (SBR) preenchida e não preenchida (b). Fonte: Adaptado de Kinloch e Young (1995)

c) **Efeito Mullins:** segundo Cantournet et al. (2009), quando submetidos a carregamentos cíclicos, os elastômeros preenchidos apresentam uma perda de rigidez que leva ao amortecimento da tensão cíclica e histerese. As modificações e reformulações da estrutura de rede das borrachas envolvendo efeitos químicos, danos micro-estruturais, danos em múltiplas cadeias e formação de micro-envoltórios contribuem para esse comportamento de atenuação de tensão conhecido como efeito Mullins. Tais amortecimentos ocorrem abaixo das tensões máximas do material e quanto maior essa tensão máxima, maior a subsequente perda de rigidez, conforme verificado na Figura 10.

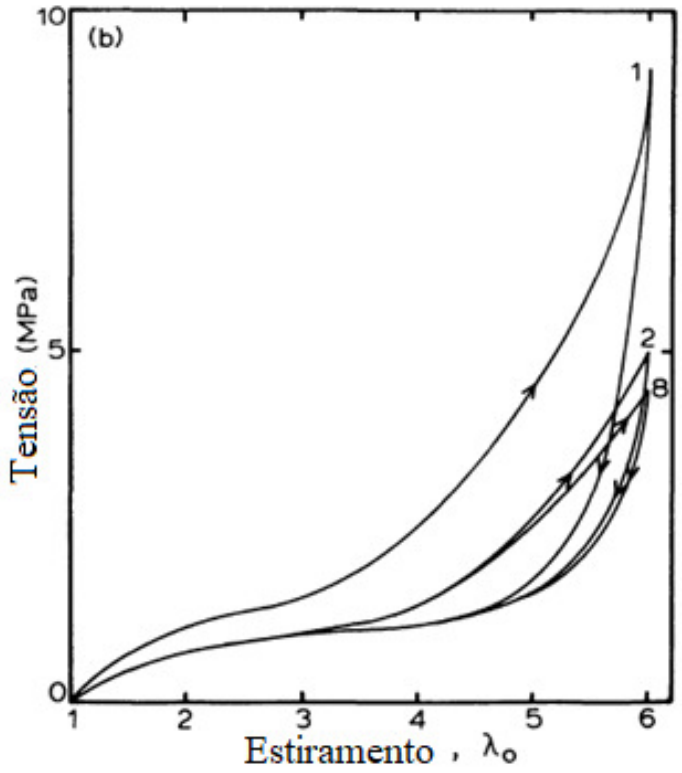


Figura 10 – Amortecimento de tensão decorrente de ciclos de carregamento sucessivos em uma borracha natural não preenchida. Número de ciclos apresentado em cada curva. Fonte: Adaptado de Kinloch e Young (1995)

d) Colapso estrutural: quando as borrachas são preenchidas com partículas de negro de fumo, há uma tendência de formação de longas cadeias de partículas desses agregados que se ligam ás moléculas de borracha durante o processo de vulcanização. O colapso desses agregados e das ligações interfaciais entre as cadeias moleculares da matriz da borracha e do preenchimento dá origem a histerese (Kinloch e Young, 1995).

e) Domínio de deformação: aditivos dispersos em um meio viscoelástico contribuem para um aumento na perda de energia, mesmo quando os próprios domínios são perfeitamente elásticos por natureza. Em alguns casos, no entanto, os próprios domínios são capazes de exibir mecanismos de dissipação de energia. Certos elastômeros também contêm domínios de inclusões inelásticas rígidas dispersas. Tais borrachas exibem uma deformação inelástica, levando a uma fixação permanente devido ao cisalhamento e, normalmente, mostram altos níveis de histerese.

2.3.4 Dureza

Segundo Gent (2012), a rigidez da borracha pode ser classificada através do valor de dureza do material. Através de um teste experimental de entalhamento, uma força constante é aplicada e o deslocamento vertical na ponta do entalhador é medido. Dois métodos de teste padrão são usados: IRHD (Grau Internacional de Dureza da Borracha) e o SH (margem de dureza ou dureza *Shore*). O teste de dureza fornece uma medida indireta para o módulo de elasticidade, dentro de uma faixa de erro próximo a 10%. A relação entre o módulo de elasticidade (*E)* e a dureza através dos dois métodos de teste pode ser observada na Figura 11.

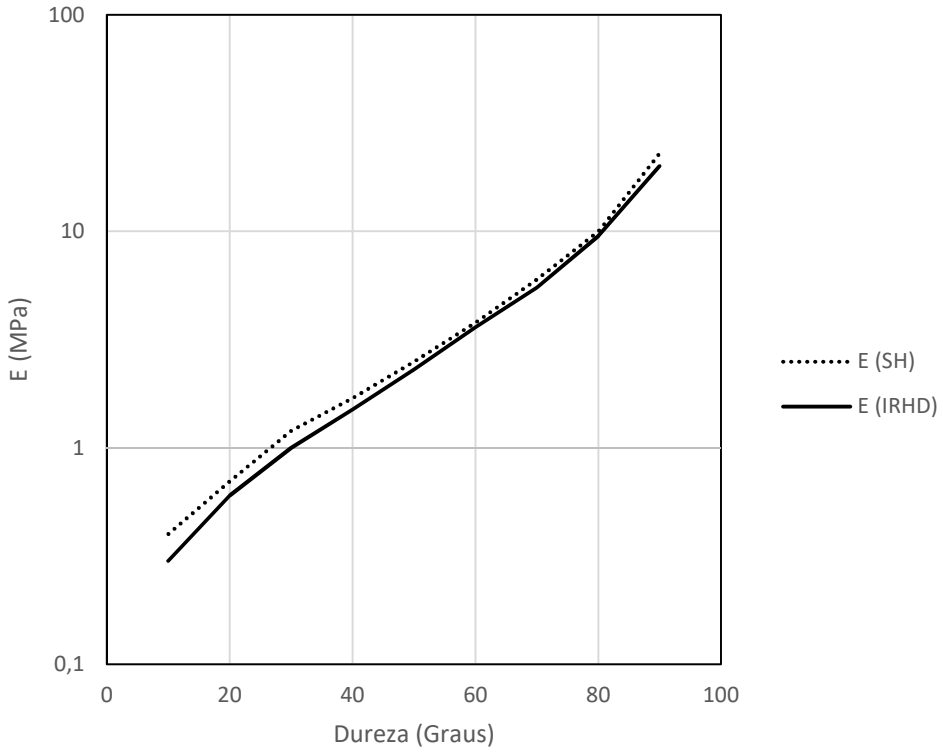


Figura 11 – Relação entre a dureza (graus) e o módulo de elasticidade (MPa) através do método SH e IRHD. Fonte: Adaptado de Gent (2012)

A norma ASTM D 2240 (2015) apresenta a metodologia de ensaio para medir a dureza das borrachas, classificando-as em escalas *Shore* de dureza A, B, C, D, DO, O, OO, e M. Cada escala *Shore* possui uma graduação de 0 a 100, sendo que os valores mais altos estão associados a materiais mais duros.

Lalo e Greco (2017) utilizam parâmetros associados à escala de dureza *Shore* A em uma modelagem em elementos finitos através de um modelo constitutivo específico e suas respectivas constantes, ao se considerar diferentes níveis de dureza. Tal estudo foi validado

comparando os resultados obtidos com a resposta do teste experimental realizado na peça estudada.

2.4 Modelos Hiperelásticos

2.4.1 Elasticidade Linear

Conforme descrito em Mal e Singh (1991), o conceito de elasticidade linear foi introduzido inicialmente por Robert Hooke em 1676 quando o mesmo publicou a Lei de Hooke, traduzida como "a extensão é proporcional à força", sendo representada pela equação:

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}.\varepsilon_{kl} \;;\; com\; i,j,k,l = 1,2,3 \qquad (2.1)$$

onde σ_{ij} é o tensor de tensões, C_{ijkl} é o tensor de rigidez (ou das propriedades elásticas), e ε_{kl} é o tensor de deformações.

Para o caso unidimensional, considerando-se que o termo *E* representa a constante conhecida como módulo de elasticidade ou módulo de Young, que mede a rigidez do material, σ representa as tensões normais e ε as deformações normais, a equação anterior pode ser então apresentada conforme a Equação (2.2). Equação análoga pode obtida para tensões de cisalhamento para materiais isotrópicos.

$$\sigma = E.\varepsilon \qquad (2.2)$$

O conceito de elasticidade está associado ao fato de um material voltar a seu formato e tamanho original após remover a carga responsável pela sua deformação. Se a relação tensão x deformação do material é linear, como observado na Figura 12, diz-se que o mesmo possui comportamento linear.

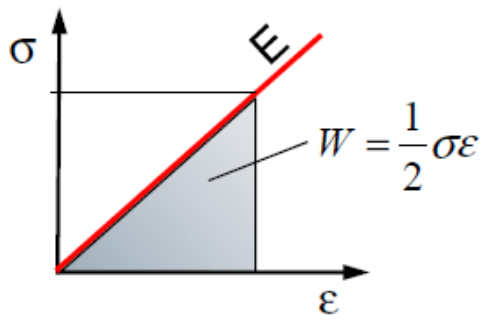


Figura 12 – Relação tensão *x* deformação linear. Fonte: Jakel (2010)

Os materiais elásticos possuem a capacidade de armazenar certa energia quando deformados, denominada energia elástica de deformação. A área abaixo da curva tensão x deformação corresponde à função densidade de energia de deformação (*W*) do material elástico linear, relacionada com a propriedade física do material. A formulação se origina no estudo da energia de deformação de uma mola submetida a tensão simples conforme sistemas de equacionamento abaixo:

$$E_{mola} = \frac{1}{2}K\Delta l^2 \; ; K = \frac{E.A}{l} \; ; \; \varepsilon = \frac{\Delta l}{l} \; ; V = A.l \; ; \; \sigma = E.\varepsilon; \; W = \frac{1}{2}\sigma.\varepsilon \qquad (2.3)$$

sendo:

- E_{mola} a rigidez da mola;
- K a constante elástica da mola, obtida com a relação entre sua rigidez E, área A e comprimento l;
- Δl o alongamento da mola;
- ε a deformação, obtida pela relação entre o alongamento e o comprimento inicial da mola;
- V o volume da mola, constituído de sua área e comprimento;
- σ a tensão normal obtida através da relação entre rigidez E e deformação ε;
- W a função densidade de energia, constituída da energia da mola a cada unidade de volume da barra associada.

Ainda em Mal e Singh (1991) temos que, ao se considerar os estados tridimensionais de tensão x deformação, as componentes de deformação principais $\varepsilon_1, \; \varepsilon_2, \; \varepsilon_3$ e as componentes de tensão principais $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ devem ser consideradas em conjunto através da constante de proporcionalidade das tensões conhecida como coeficiente de Poisson (ν), conforme as equações:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}.\{\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)\} \qquad (2.4)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}.\{\sigma_2 - \nu(\sigma_1 + \sigma_3)\} \qquad (2.5)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}.\{\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)\} \qquad (2.6)$$

Para materiais isotrópicos (caso da borracha), a relação entre o coeficiente de Poisson e o módulo de elasticidade está associada a outras duas constantes. O módulo volumétrico ou

módulo de compressibilidade *k,* que está relacionado com a tendência de deformação de um material em todas as direções quando o mesmo é carregado também em todas as direções, e o módulo de cisalhamento ou módulo de elasticidade transversal μ (ou G):

$$k = \frac{E}{3(1-2\upsilon)} \tag{2.7}$$

$$\mu = \frac{E}{2(1+\upsilon)} \tag{2.8}$$

Quando o material tende a diminuir de volume, ao ser submetido a uma pressão hidrostática, tem-se que $k > 0$. Ao se considerar as condições de $E > 0$, $\mu > 0$ e $k > 0$, resulta numa faixa de valores de coeficiente de Poisson que variam no intervalo]-1 ; 0,5[; sendo que valores negativos são incomuns (caso dos materiais auxéticos). Para fluidos ideais, $\mu = 0$ e k é finito, mas para sólidos incompressíveis μ é finito e k infinito, dessa forma, para essas duas situações $v = 0{,}5$, resultando em um material perfeitamente incompressível (variação volumétrica nula). Neste caso, o denominador nulo levaria o módulo de compressibilidade para um valor infinito.

Materiais classificados como elástico-lineares são facilmente caracterizados utilizando-se apenas duas de suas constantes, geralmente o módulo de elasticidade E e o coeficiente de Poisson v.

2.4.2 Hiperelasticidade

Os elastômeros são normalmente modelados através de conceitos de hiperelasticidade. Materiais hiperelásticos ainda são considerados como materiais elásticos pois retornam ao seu formato original após a remoção das forças que causaram grandes deformações. Já as tensões são determinadas pelo estado de deformação em que se encontram e não pelo histórico ou caminho de deformação.

A diferença entre os materiais elásticos lineares e os materiais hiperelásticos vem do fato de que a relação tensão x deformação é derivada da função densidade de energia de deformação W e não de um fator constante. Tal função, assim como nos materiais elásticos também diz respeito à área sob a curva tensão x deformação do material, conforme observado na Figura 13. No entanto esta definição não diz respeito ao coeficiente de Poisson ou até que ponto o material se deforma sob ações de carregamento.

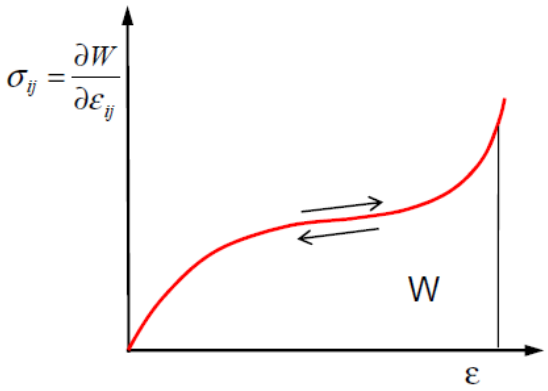


Figura 13 - Relação tensão *x* deformação não linear. Fonte: Jakel (2010)

Sabe-se que as curvas de tensão x deformação dos elastômeros não são iguais nas fases de carregamento e descarregamento, mas nos modelos hiperelásticos tal comportamento viscoso é ignorado, o que pode ser considerada uma simplificação ao se adotar tais modelos, tornando vantajosa a adoção dos modelos hiperelásticos nas análises envolvendo elastômeros.

Normalmente os elastômeros sofrem grandes deformações quando submetidos a pequenos carregamentos, apresentando assim um módulo de elasticidade muito baixo. São também materiais quase incompressível, com coeficiente de Poisson muito próximo a 0,5 e que apresenta um módulo de compressibilidade proporcionalmente maior que o módulo de elasticidade.

2.4.3 Leis constitutivas dos materiais hiperelásticos

As deformações nominais, ou tensões de engenharia, são definidas através da relação entre a variação de comprimento e o comprimento original de uma fibra:

$$\varepsilon = \frac{l_1 - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \qquad (2.9)$$

Já a relação de estiramento λ, outra medida fundamental para descrever a deformação do material, é definida como a relação entre o comprimento final e o comprimento original do elemento:

$$\lambda = \frac{l_1}{l_2} = \frac{l_1 - l_0 + l_0}{l_0} = \varepsilon + 1 \qquad (2.10)$$

Analogamente, para os três estiramentos principais, obtém-se dos principais eixos de transformação, as três relações principais de estiramento: $\lambda_1, \lambda_2 \; e \; \lambda_3$.

Em termos de estiramentos principais, o gradiente de deformação *F* é dado por:

$$F = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

Admitindo-se também que os tensores de Cauchy-Green direito e esquerdo, respectivamente C e B, são definidos pelas equações abaixo:

$$C = F^T.F \;\; ; B = F.F^T \quad (2.12)$$

$$C = B = \begin{bmatrix} {\lambda_1}^2 & 0 & 0 \\ 0 & {\lambda_2}^2 & 0 \\ 0 & 0 & {\lambda_3}^2 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Como observado em Marckmann e Verron (2006), os tensores *C* e *B* são simétricos e admitem os três principais invariantes, denotados I_1, I_2 *e* I_3 através das seguintes formulações:

$$I_1 = tr(C) = \lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 \quad (2.14)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}[(tr(C))^2 - tr(C^2)] = \lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^2\lambda_3^2 + \lambda_1^2\lambda_3^2 \quad (2.15)$$

$$I_3 = det\, C = \lambda_1^2\lambda_2^2\lambda_3^2 = J^2 \quad (2.16)$$

sendo *J* a relação de volume total.

A descrição da função densidade de energia de deformação *W* é bem mais complexa quando comparada com materiais elástico lineares, onde a e tensão é apenas uma função linear da deformação. A função *W* é dada em função dos invariantes ou dos estiramentos principais:

$$W = f(I_1, I_2, I_3)\; ou \;\; W = f(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) \quad (2.17)$$

Para materiais hiperelásticos, o segundo tensor de Piola-Kirchhoff é definido pela função densidade de deformação e pela primeira derivada de tensão de Green-Lagrange. Ressalta-se que o primeiro tensor de Piola-Kirchhoff (não simétrico) está relacionado com as forças de superfície na configuração deformada para áreas na configuração indeformada. Já o segundo tensor de Piola-Kirchhoff (simétrico) está relacionado às forças de superfície na configuração indeformada para áreas na configuração indeformada.

Por ser considerado um material quase incompressível, os termos desviadores e volumétricos devem ser separados na função *W*, dessa forma o termo volumétrico se dá em função da relação de volume *J.* Conforme relatado em Treloar (1975), baseando-se nos estudos de Rivlin (1948), a condição de incompressibilidade do material leva ao fato de I_3 (e consequentemente *J*) assumir o valor 1, permitindo que os dois invariantes restantes sejam reescritos conforme as equações abaixo:

$$\bar{I_1} = \bar{\lambda_1^2} + \bar{\lambda_2^2} + \bar{\lambda_3^2} \qquad (2.18)$$

$$\bar{I_2} = \bar{\lambda_1^{(-2)}} + \bar{\lambda_2^{(-2)}} + \bar{\lambda_3^{(-2)}} \qquad (2.19)$$

Foi adotada a notação da barra sobrescrita nos invariantes e nos estiramentos para diferenciá-los nas equações onde os termos desviadores e volumétricos foram manipulados para assumir a condição de incompressibilidade no material.

Considerando então a decomposição da função W em W_d e W_V, sendo que a parcela W_d representa a energia de deformação necessária para alterar a forma do material e W_V representa a energia de deformação necessária para alterar o volume. Em casos de materiais incompressíveis, W_V assume valor zero.

$$W = W_d(\bar{I_1}, \bar{I_2}) + W_V(J) \; ou \; W = W_d\left(\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3\right) + W_V(J) \qquad (2.20)$$

sendo que os estiramentos principais assumem o formato:

$$\bar{\lambda}_i = J^{-1/3}.\lambda_i \quad ; \quad i = 1,2,3 \qquad (2.21)$$

Essa é a configuração da função de energia de deformação implementada nos softwares de EF, que disponibilizam as versões desse formato original após a aplicação de conceitos de vários estudiosos como relatado no item 2.4.4 que se segue.

No caso de grandes deformações, conforme relatado por Ogden (1984) e Crisfield (2000), é comum a utilização do tensor de tensão de Cauchy, cuja representação pode ser feita através dos estiramentos principais $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2 \; e \; \bar{\lambda}_3$ conforme equação a seguir:

$$\sigma = \bar{\lambda}_i \frac{\partial W}{\partial \lambda_i} - p \; ; \quad i = 1,2,3 \qquad (2.22)$$

sendo o primeiro termo referente à tensão desviadora associada a mudança de forma e *p* referente à pressão hidrostática associada a mudança de volume. No caso de materiais incompressíveis, a parcela *p* na equação assume valor zero.

2.4.4 Modelos constitutivos

Para a realização da modelagem de um material hiperelástico deve-se determinar a relação constitutiva apropriada que esteja nos moldes da equação (2.20). Existe um número razoável de modelos disponíveis na bibliografia sobre o assunto, sendo esses classificados em duas categorias principais: os modelos fenomenológicos e os modelos micromecânicos.

Os modelos fenomenológicos se baseiam na observação do comportamento que o material apresenta durante os testes experimentais, ponderando o papel de cada variável conforme sua relevância no processo de deformação.

Já os modelos micromecânicos baseiam-se em mecânica estatística relacionada com o comprimento das cadeias moleculares, tipos de ligações químicas e número de *crosslinks* observadas no material.

Vários desses modelos são implementados em softwares de EF para caracterizar o comportamento mecânico dos elastômeros. Considerando que esse estudo tem como foco a implementação numérica no software Abaqus®, serão abordados abaixo os modelos clássicos implementados no programa, conforme dispostos em Simulia (2013).

2.4.4.1 Modelo Polinomial

Trata-se de um modelo fenomenológico representado pela equação:

$$W = \sum_{i+j=1}^{N} C_{ij} \left(\overline{I}_1 - 3\right)^i \left(\overline{I}_2 - 3\right)^j + \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{D_k} (J_{el} - 1)^{2k} \qquad (2.23)$$

em que C_{ij} são as constantes do material para um número *N* de termos; D_k se refere ao parâmetro de incompressibilidade do material; $\overline{I}_1$ e $\overline{I}_2$ são o primeiro e segundo invariantes; $\bar{\lambda}_i = J^{-1/3}\,\lambda_i$ são os estiramentos desviadores e J_{el} é a razão elástica de volume .

O módulo de cisalhamento inicial e o módulo volumétrico inicial são obtidos através das equações:

$$\mu_0 = 2(c_{10} + c_{01})\,;\;\; \kappa_0 = \frac{2}{D_1} \qquad (2.24)$$

Como observado no manual de treinamento do Ansys (2001), valores de N maiores que 3 não são muito utilizados já que existe uma certa dificuldade associada à obtenção das numerosas constantes necessárias. Consequentemente seriam necessários mais testes experimentais do material para que tais constantes fossem obtidas. Trata-se de um modelo aplicável para deformações de até 300%.

2.4.4.2 Modelo Neo-Hookeano

Trata-se de um modelo fenomenológico, equivalente à forma polinomial com $N = 1$ e $C_{ij} = 0$. Foi proposto por Treloar (1943a, 1943b) em termos do primeiro invariante com apenas um parâmetro do material, sendo representado pela forma:

$$W = C_{10}\left(\overline{I}_1 - 3\right) + \frac{1}{D_1}(J_{el} - 1)^2 \qquad (2.25)$$

O módulo de cisalhamento inicial e o módulo volumétrico são obtidos pelas equações:

$$\mu_0 = 2C_{10} \;\;;\;\; K_0 = \frac{2}{D_1} \qquad (2.26)$$

Trata-se do mais simples dentre os modelos hiperelásticos, podendo ser utilizado inserindo somente a constante do módulo de cisalhamento no caso do material incompressível. Porém, conforme relatado em Simulia (2013) e em Ansys (2001), esse modelo tem como diretrizes gerais a limitação para deformações de até 30-40% na tensão uniaxial e até 80-90% no cisalhamento puro.

2.4.4.3 Modelo de Mooney-Rivlin

Trata-se de outro caso particular da forma polinomial que possui diversas versões, sendo a primeira delas publicada por Mooney (1940). Outras versões baseadas no primeiro e segundo invariantes foram estudadas por Rivlin e Saunders (1951). Seguem as funções relativas ao modelo com dois, três, cinco e nove termos:

2 termos = equivalente ao modelo polinomial com $N = 1$

$$W = C_{10}\left(\overline{I}_1 - 3\right) + \; C_{01}\left(\overline{I}_2 - 3\right) + \frac{1}{D}(J_{el} - 1)^2 \qquad (2.27)$$

3 termos = equivalente ao modelo polinomial com $N = 2\; e\; C_{20} = C_{02} = 0$

$$W = C_{10}(\bar{I}_1 - 3) + C_{01}(\bar{I}_2 - 3) + C_{11}(\bar{I}_1 - 3)(\bar{I}_2 - 3) + \frac{1}{D}(J_{el} - 1)^2 \qquad (2.28)$$

5 termos = equivalente ao modelo polinomial com $N = 2$

$$W = \sum_{i+j=1}^{2} C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \frac{1}{D}(J_{el} - 1)^2 \qquad (2.29)$$

9 termos = equivalente a modelo polinomial com $N = 3$

$$W = \sum_{i+j=1}^{3} C_{ij} (\bar{I}_1 - 3)^i (\bar{I}_2 - 3)^j + \frac{1}{D}(J_{el} - 1)^2 \qquad (2.30)$$

Para todos os casos, módulo de cisalhamento inicial e o módulo volumétrico são:

$$\mu_0 = 2(C_{10} + C_{01}) \; ; \; K_0 = \frac{2}{D} \qquad (2.31)$$

De acordo com Ansys (2001), a versão de 2 termos não apresenta bom desempenho em problemas relacionados com a compressibilidade do material, sendo válida para modelos com tensão de tração até 90-100%. Já as versões com mais termos capturam mais pontos de inflexão nas curvas tensão x deformação (como também ocorre em modelos polinomiais de maior ordem). Modelos de 5 ou 9 termos são válidos para deformações da ordem de 100-200%, podendo apresentar as mesmas oscilações que ocorrem no modelo polinomial. Mesmo assim, essa tipologia de modelo deve ser adotada sempre que possível, principalmente quando a faixa de deformações é significativa. Não é um modelo adequado para deformações de compressão, a menos que o ensaio experimental de caracterização do material seja também de compressão, porém os demais modos de deformação serão prejudicados na simulação.

2.4.4.4 Modelo Yeoh

Pode ser também considerada uma forma reduzida do modelo polinomial, proposta por Yeoh (1990), baseando-se apenas no primeiro invariante como segue:

$$W = \sum_{i=1}^{N} C_{i0} (\bar{I}_1 - 3)^i + \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{D_k}(J_{el} - 1)^{2k} \qquad (2.32)$$

Com módulo de cisalhamento inicial e o módulo volumétrico obtidos nas equações:

$$\mu_0 = 2C_{10} \; ; \; K_0 = \frac{2}{D_1} \qquad (2.33)$$

A forma mais comum de utilização desse modelo se dá com $N = 3$, podendo ser utilizado para caracterizar borrachas preenchidas com negro de fumo, ajustando-se bem ás faixas de grandes deformações porém apresentando desvios consideráveis em pequenas deformações. Nesse caso, tratando-se de deformações não superiores a 20%, recomenda-se o uso de 2 termos para a função. Modelos de 3 e 5 termos são bem aceitos na modelagem de borrachas naturais, ajustando-se facilmente a todos os casos de deformação, com respostas satisfatórias. Recomenda-se cautela no caso de extrapolação de dados nesse modelo.

2.4.4.5 Modelo de Ogden

Proposto por Ogden (1972), trata-se de um modelo fenomenológico baseado nos estiramentos principais, diferentemente dos demais modelos que são baseados nos invariantes. É um modelo que se mostra efetivo para uma faixa ampla de deformações, sendo dado pela forma:

$$W = \sum_{i=1}^{N} \frac{2\mu_i}{{\alpha_i}^2} \cdot (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{k=1}^{N} \frac{1}{D_k} (J_{el} - 1)^{2k} \qquad (2.34)$$

em que μ_i e α_i são parâmetros do material, podendo assumir valores positivos ou negativos. Já o módulo de cisalhamento inicial e o módulo volumétrico são dados por:

$$\mu_0 = \sum_{i=1}^{N} \mu_i \; ; \; K_0 = \frac{2}{D_1} \qquad (2.35)$$

Conforme Ansys (2001), ajustes não-lineares mais complexos podem ser obtidos por esse modelo, sendo um dos poucos capazes de se ajustar de maneira satisfatória a comportamentos de tração e compressão. Trata-se de um modelo aplicável para deformações de até 700%, com a melhor resposta ao comportamento de compressão, mesmo tendo com base outros tipos de teste experimental. O ponto negativo é que tal modelo se mostra computacionalmente mais caro que os demais.

2.4.4.6 Modelo de Arruda-Boyce

Trata-se de um modelo micromecânico também conhecido como *eight-chain model* ou modelo de oito cadeias, nome vinculado ao fato de que o modelo se baseia na mecânica estatística onde o volume do elemento é representado por um cubo contendo oito cadeias que ligam o centro e cada um dos oito cantos do elemento. Foi proposto por Arruda e Boyce (1993), sendo um caso particular do modelo de Yeoh com $N = 5$ e constantes pré-definidas, com base no primeiro invariante, como segue:

$$W = \mu \sum_{i=1}^{5} \frac{C_i}{\lambda_L^{2i-2}} \left(\overline{I_1}^{i} - 3^i \right) + \frac{1}{D} \left(\frac{J^2-1}{2} - lnJ \right) \qquad (2.36)$$

As constantes C_i são obtidas pela expansão em séries de uma função de Longevin inversa:

$$C_1 = \frac{1}{2}; \quad C_2 = \frac{1}{20}; \quad C_3 = \frac{11}{1050}; \quad C_4 = \frac{19}{7000}; \quad C_5 = \frac{519}{673750} \qquad (2.37)$$

As constantes K_0 e μ assumem as seguintes formas:

$$K_0 = \frac{2}{D}; \quad \mu = \eta . \kappa . \Theta \qquad (2.38)$$

em que η é uma função de densidade das cadeias elastoméricas, κ é uma constante de Boltzmann e Θ a temperatura. λ_L representa o estiramento máximo que uma molécula permite.

De acordo com Simulia (2013) o módulo de cisalhamento inicial pode ser obtido pela equação:

$$\mu_0 = \mu \left(1 + \frac{3}{5\lambda_L^2} + \frac{99}{175\lambda_L^4} + \frac{513}{875\lambda_L^6} + \frac{42039}{67375\lambda_L^8} \right) \qquad (2.39)$$

Trata-se do modelo mais indicado quando se dispõe de apenas um teste experimental do material, sendo que os resultados se assemelham aqueles obtidos pelo modelo Neo-Hookeano. É limitado para deformações de até 300%, podendo apresentar erros significativos em pequenas deformações (Ansys, 2001).

2.4.4.7 A hipótese de Valanis-Landel

Nas investigações realizadas por Valanis e Landel (1967) através da utilização de dados experimentais obtidos por pesquisadores diferentes, concluiu-se que, para materiais isotrópicos incompressíveis, a função *W* pode ser expandida numa soma de funções separadas relacionadas aos principais estiramentos como se segue:

$$W(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = w(\lambda_1) + w(\lambda_2) + w(\lambda_3) \qquad (2.40)$$

sendo a função *w* um valor escalar e, por condições de simetria, tem a mesma forma para cada um dos principais estiramentos.

Conforme observado por Lalo (2018), quando o material é incompressível, o terceiro estiramento principal não é independente e a equação anterior pode ser reescrita:

$$\widetilde{W}(\lambda_1, \lambda_2) = W\left(\lambda_1, \lambda_2, {\lambda_1}^{-1}.{\lambda_2}^{-1}\right) = w(\lambda_1) + w(\lambda_2) + w({\lambda_1}^{-1}.{\lambda_2}^{-1}) \qquad (2.41)$$

Para as tensões correspondentes tem-se:

$$\sigma_1 = \lambda_1 w'(\lambda_1) + \lambda_1.\lambda_2.w'({\lambda_1}^{-1}.{\lambda_2}^{-1}) \quad (2.42)$$

$$\sigma_2 = \lambda_2 w'(\lambda_2) + \lambda_1.\lambda_2.w'({\lambda_1}^{-1}.{\lambda_2}^{-1}) \quad (2.43)$$

sendo que o sobrescrito $'$ na função *w* é utilizado para diferenciar a função utilizada em relação à função original.

2.5 Obtenção das constantes do material Hiperelástico

A principal fonte para a obtenção das constantes utilizados nos modelos hiperelásticos são as curvas de força x deslocamento obtidas em ensaios específicos nos elastômeros. Para adaptar os modelos de materiais hiperelásticos em softwares de análise mecânica é necessário que sejam inseridos dados experimentais de múltiplos estados de deformação, assim o modelo poderá efetivamente analisar o comportamento do material nas simulações matemáticas. Cada modo de deformação coloca o material em um determinado estado puro de deformação, de forma que é preciso realizar testes individuais para que tais estados de deformação sejam atingidos.

No caso de elastômeros incompressíveis, os principais estados de deformação são: tração simples, cisalhamento puro e compressão simples. De acordo com Miller (2001), o teste de compressão deve ser substituído pela extensão biaxial, no qual a amostra fica completamente livre para se expandir lateralmente, evitando um problema de atrito típico do teste de compressão. O atrito entre a superfície do corpo de prova e as placas de contato do equipamento de ensaio criam um estado de deformação infinita comprometendo o resultado do teste de compressão simples. As três curvas de tensão x deformação típicas nos três estados de deformação principal podem ser visualizadas na Figura 14.

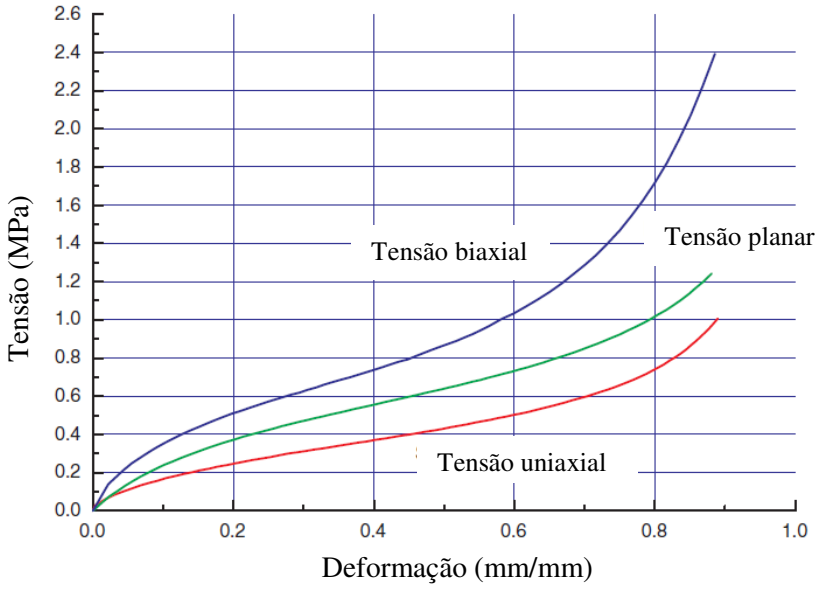


Figura 14 - Conjunto de dados de entrada para ajuste de curvas. Fonte: Adaptado de Miller (2004a)

Os modelos dos materiais hiperelásticos podem representar uma superfície que contém a resposta de tensão associada às várias combinações de deformação, como demostrado na Figura 15. Durante a calibração do modelo do material, tal superfície é então definida. De acordo com Miller (2004b), cada experimento individual define uma linha na superfície, portanto, para definir adequadamente toda a superfície, são realizados ensaios em vários estados de deformação, tornando possível o cruzamento da superfície, forçando assim a representação do material.

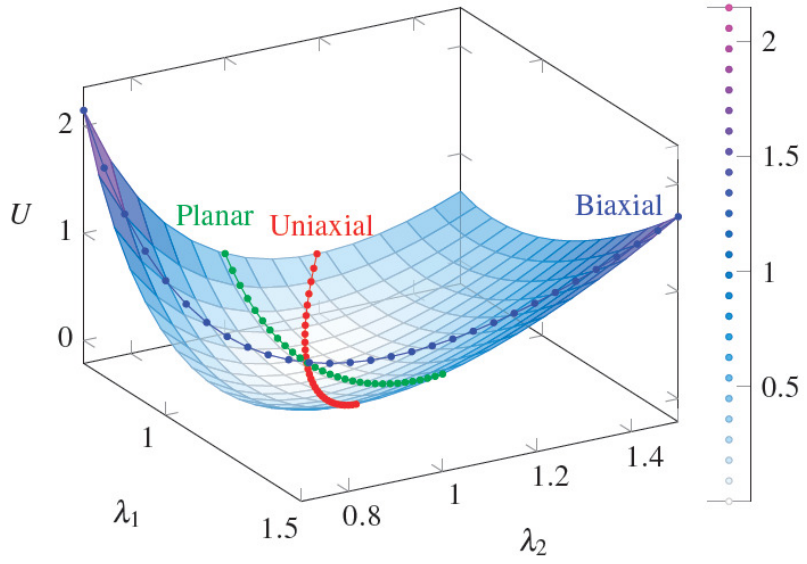


Figura 15 – Superfície de energia hiperelástica obtida através dos testes uniaxial, biaxial e planar. Fonte: Miller (2004b)

Cada um dos ensaios deve ser realizado considerando sequencias de carga experimental apropriada e níveis de tensão realistas de modo a capturar o comportamento do elastômero. Busca-se, portanto, modelar o comportamento do material em uma faixa de tensão e de deformação compatível com os valores previstos para a utilização do material.

2.5.1 Tração simples

Trata-se do teste mais popular usado em elastômeros. Para que o estado de deformação de tensão pura seja atingido, a amostra deve ser bem mais longa na direção do alongamento em relação às dimensões de largura e espessura. O objetivo dessa geometria é criar um experimento em que não exista restrição lateral na amostra. Análises em elementos finitos para determinar a razão comprimento/largura de forma a atender tal requisito mostram que a amostra precisa ter um comprimento pelo menos dez vezes maior do que sua largura ou espessura (MSC, 2010).

O comprimento da amostra para esse caso refere-se àquele medido entre os grampos do aparelho de medição de deformações. Tais grampos criam um estado indeterminado de tensão e deformação na região do ponto de fixação, por isso a tensão da amostra deve ser medida longe do grampo, onde está realmente ocorrendo um estado de tensão pura. É necessário, portanto, um dispositivo de medição de deformação sem contato, como um extensômetro de vídeo ou a laser, por exemplo, como mostrado na Figura 16.

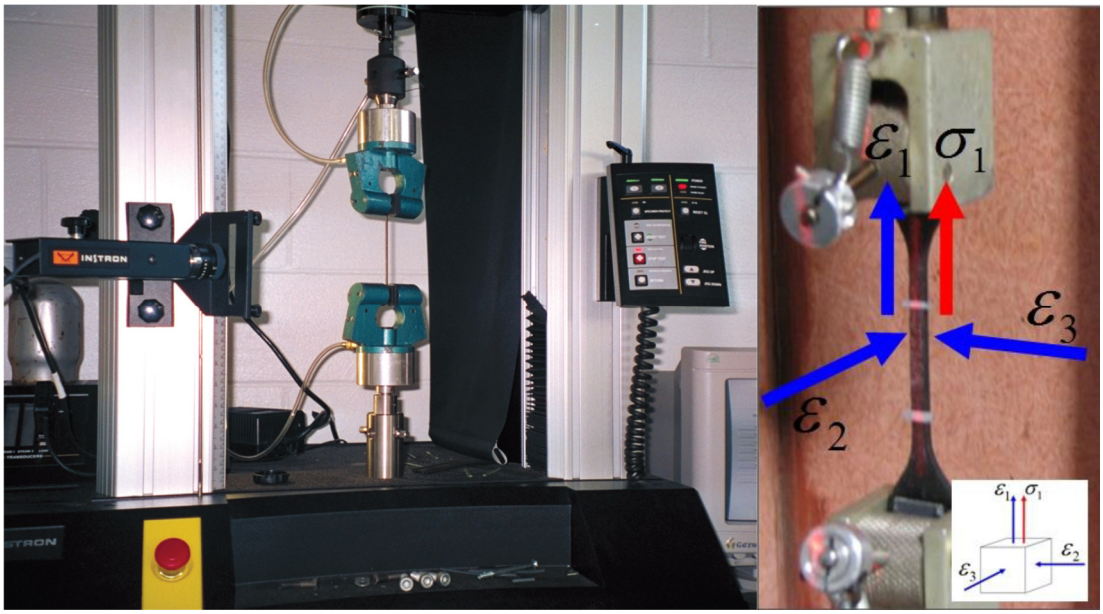


Figura 16 – Dispositivo experimental de tração simples e demonstração das tensões e deformações associadas. Fonte: Miller (2004a) e Sugihardjo et al. (2018)

Para um material isotrópico, considerando a incompressibilidade do material, os estiramentos principais na tensão uniaxial podem ser expressos por:

$$\lambda_1 = \lambda \; ; \quad \lambda_2\lambda_3 = \lambda_1^{-1} \; ; \quad \lambda_2 = \lambda_3 = \lambda^{-1/2} \tag{2.44}$$

E as tensões correspondentes do teste de tensão uniaxial podem ser expressas por:

$$\sigma_1 = \sigma = \lambda \frac{\partial \overline{W}(\lambda)}{\partial \lambda} \; ; \; \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \tag{2.45}$$

em que a função energia de deformação, após a aplicação da hipótese de Valanis-Landel, pode ser reescrita como:

$$\overline{W}(\lambda) = \widetilde{W}\left(\lambda, \lambda^{-1/2}\right) = w(\lambda) + w(\lambda^{-1/2}) + \overline{w}(\lambda^{-1/2}) \tag{2.46}$$

E as principais componentes de tensão também podem ser reescritas por:

$$\sigma_1 = \sigma = \lambda . w'(\lambda) - \lambda^{-1/2} . w'(\lambda^{-1/2}); \quad \sigma_2 = \sigma_3 = 0 \tag{2.47}$$

Existem métodos padronizados para a realização de teste de tensão simples em elastômeros, como o ASTM D412 (2016), onde são fornecidos os detalhes da geometria da amostra assim como os procedimentos de aplicação da carga e leitura dos resultados.

2.5.2. Tensão biaxial

Para materiais incompressíveis ou quase incompressíveis, o teste de extensão equi-biaxial da amostra cria um estado de deformação equivalente à compressão pura. Existem diferentes técnicas para a realização do teste, uma delas consiste em obter o estado de deformação pura esticando-se uma amostra em forma de disco circular na direção radial até atingir certo nível de deformação.

A geometria adequada da amostra, assim como a disposição dos grampos de fixação, pode ser obtida através de análises em elementos finitos. Além disso, assim como na tensão uniaxial, as medidas de deformação devem ser feitas fora da área de contato dos grampos, sem contato direto com a amostra. Na Figura17 é possível visualizar como é realizado o ensaio.

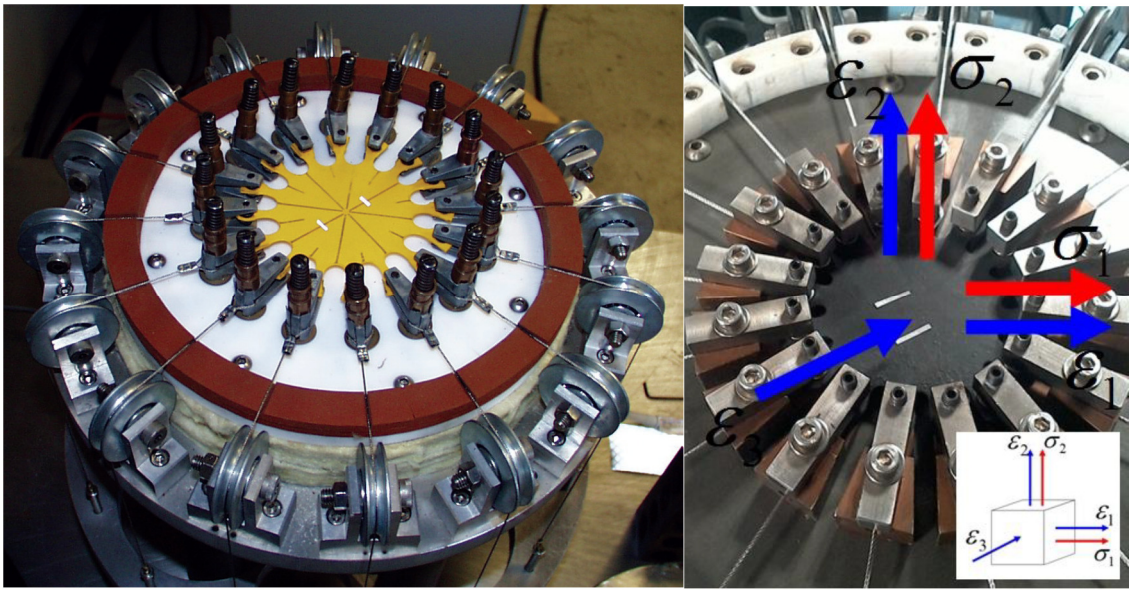


Figura 17 – Dispositivo experimental de tensão equi-biaxial e demonstração das tensões e deformações associadas. Fonte: Miller (2004a) e Sugihardjo et al. (2018)

Os estiramentos principais considerando a incompressibilidade em um teste de tensão equi-biaxial são:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda; \quad \lambda_3 = \frac{1}{\lambda^2} \tag{2.48}$$

A função densidade de energia, aplicando-se as hipóteses de Valanis-Landel é dada por:

$$\bar{\bar{W}}(\lambda) = \tilde{W}(\lambda, \lambda) = 2w(\lambda) + w(\lambda^{-1/2}) + \overline{w}(\lambda^2) \tag{2.49}$$

As principais componentes de tensão, aplicando as hipóteses de Valanis-Landel são:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma = \frac{1}{2}.\lambda.\frac{\partial \bar{\bar{W}}(\lambda)}{\partial \lambda} = \lambda.w'(\lambda) + \lambda^2.\overline{w}'(\lambda^2); \qquad \sigma_3 = 0 \tag{2.50}$$

O estado de deformação obtido por esse teste também pode ser obtido esticando-se uma folha quadrada do material em uma máquina de teste biaxial ou inflando uma membrana circular em forma esferoidal (como ocorre ao se inflar um balão). Esse tipo de teste ainda não possui procedimento normativo associado.

2.5.3. Cisalhamento Puro (Planar)

Este experimento consiste em alongar uma amostra retangular suficientemente fina na direção de sua menor dimensão, restringindo sua deformação no sentido oposto, possibilitando que todo o afinamento da amostra ocorra na direção de sua espessura. Segundo Miller (2004a), por se

tratar de um material quase incompressível, existe um estado de cisalhamento puro na amostra em um ângulo de 45° em relação a direção do alongamento.

Através da análise em elementos finitos da geometria da amostra, é apontado que a superfície de fixação da amostra deve ser ao menos dez vezes maior que seu comprimento na direção vertical da aplicação do alongamento, conforme Figura 18. Dispositivos de medição de tensão sem contato devem ser utilizados para medir a tensão longe das bordas do grampo de fixação, de forma que a leitura seja feita onde o estado de tensão pura ocorre.

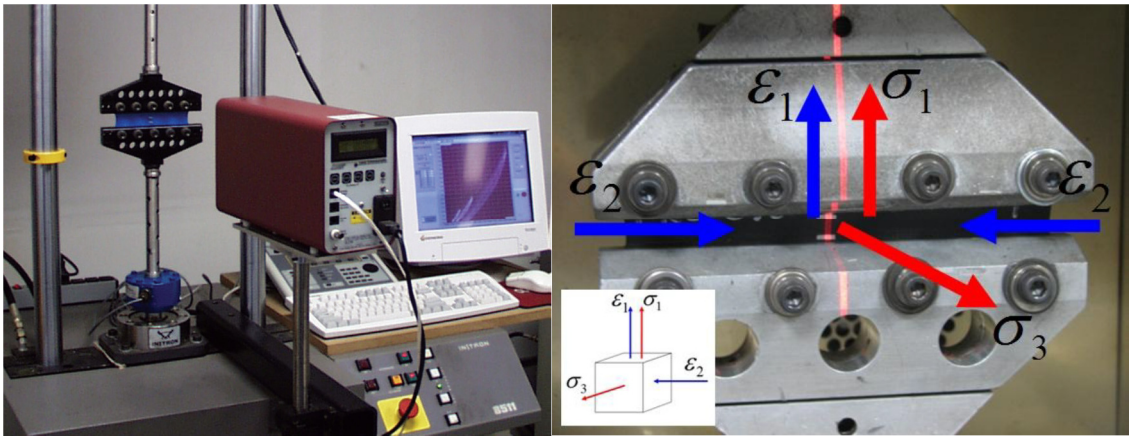


Figura 18 - Dispositivo experimental de cisalhamento puro e demonstração das tensões e deformações associadas. Fonte: Miller (2004a) e Sugihardjo et al. (2018)

Os estiramentos principais nesse caso, considerando a incompressibilidade do material são:

$$\lambda_1 = \lambda; \quad \lambda_2 = 1; \quad \lambda_3 = \lambda^{-1} \tag{2.51}$$

sendo que a função densidade de energia fica:

$$\ddot{W}(\lambda) = \tilde{W}(\lambda, \lambda^{-1}) = w(\lambda) + w(\lambda^{-1}) \tag{2.52}$$

Já as tensões principais podem ser escritas como:

$$\sigma_1 = \sigma = \lambda . \frac{\partial \ddot{W}(\lambda)}{\partial \lambda} = \lambda . w'(\lambda^{-1}) - \lambda^{-1} . w'(\lambda^{-1}); \sigma_3 = 0 \tag{2.53}$$

$$\sigma_2 = -\lambda^{-1} . w'(\lambda^{-1}) - \overline{w}'(\lambda_1 \lambda_2) \tag{2.54}$$

Assim como o teste de tensão equi-biaxial, não há procedimento normativo para o teste de cisalhamento puro, sendo este orientado por procedimentos desenvolvidos por estudos de referência.

2.5.4. Teste volumétrico

Quando o material não pode ser classificado como incompressível, deverão ser incluídas no modelo suas propriedades volumétricas, onde o coeficiente de Poisson possui valores inferiores a 0,5. É necessário então realizar um teste volumétrico, que consiste em utilizar uma amostra cilíndrica do material encaixada firmemente em um recipiente rígido, cuja superfície superior é comprimida através de um pistão rígido, conforme Figura 19.

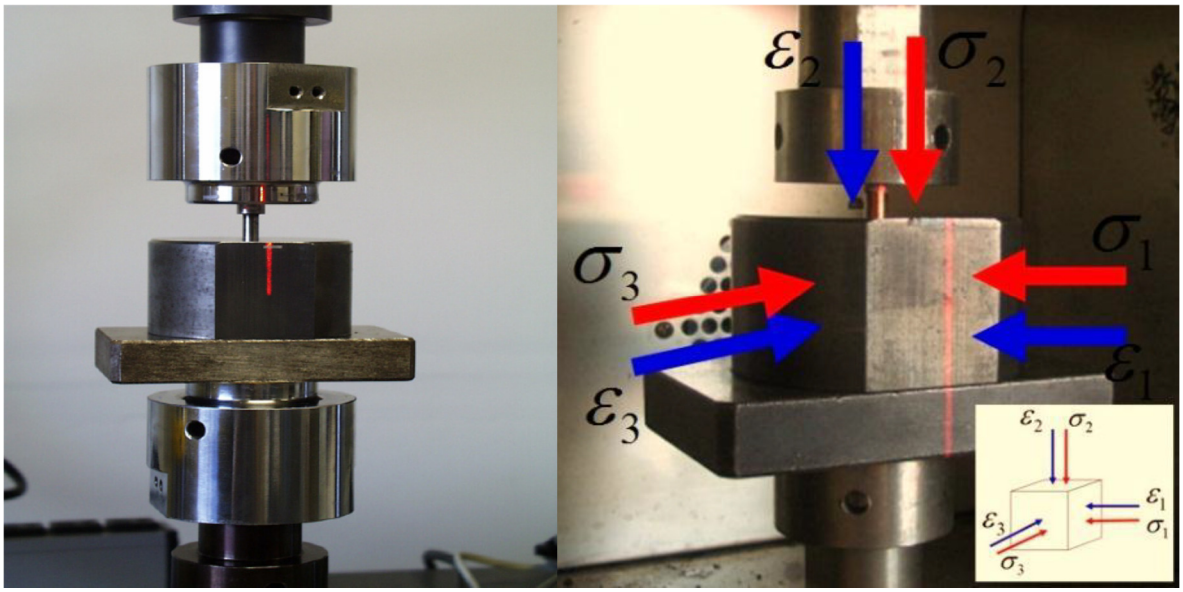


Figura 19 - Dispositivo experimental de teste volumétrico e demonstração das tensões e deformações associadas. Fonte: Miller (2004a) e Sugihardjo et al. (2018)

De acordo com Miller (2004a), deve-se tomar cuidado para não medir a rigidez do recipiente que envolve a amostra, já que o deslocamento verificado no teste é muito pequeno. A compressão imposta pelo pistão rígido é considerada como pressão efetiva, já a tensão volumétrica no cilindro é calculada a partir do deslocamento do pistão.

Os estiramentos principais são dados por:

$$\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda_3 = J^{1/3} = {}^{V}/_{V_0} \tag{2.55}$$

Já as tensões principais podem ser escritas como:

$$\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = \frac{\partial W}{\partial J} = -p \tag{2.56}$$

Uma forma de caracterizar o comportamento de deformação do material é através da compressibilidade relativa do material, que é a razão entre o módulo volumétrico inicial K_0 e o

módulo de cisalhamento inicial μ_0. Utilizando as Equações (2.7) e (2.8) é possível isolar o coeficiente de Poisson como se segue:

$$\frac{K_0}{\mu_0} = \frac{2(1+v)}{3(1-2v)} \tag{2.57}$$

$$v = \frac{3^{K_0}/_{\mu_0}-2}{6^{K_0}/_{\mu_0}+2} \tag{2.58}$$

Utilizando tal relação produziu-se a tabela do grau de compressibilidade disponível no manual de utilização do software Abaqus, reproduzida na Tabela 3 abaixo. É necessário a adoção de um valor para o coeficiente de Poisson para que sejam possíveis as simulações desse material no software, sendo orientado a utilização de um grau de compressibilidade entre 50 e 200 para o caso de elastômeros preenchidos.

Tabela 3 – Grau de compressibilidade de acordo com o coeficiente de Poisson. Fonte: Simulia (2013)

K_0/μ_0	Coeficiente de Poisson (v)
10	0,452
20	0,475
50	0,490
100	0,495
1000	0,4995
10000	0,49995

2.6. Método de Elementos Finitos (MEF) aplicado à modelagem de elastômeros

O MEF é um método matemático de análise e resolução de problemas científicos em diversas áreas, com amplo uso na Engenharia, onde um problema genérico é modelado através de partes discretas (elementos finitos) pelo processo de discretização (Dias et.al 2010). Existem vários tipos e classificações para os elementos finitos, que devem ser selecionados de acordo com as particularidades associadas a cada análise, a Figura 20 ilustra os tipos e formas usuais:

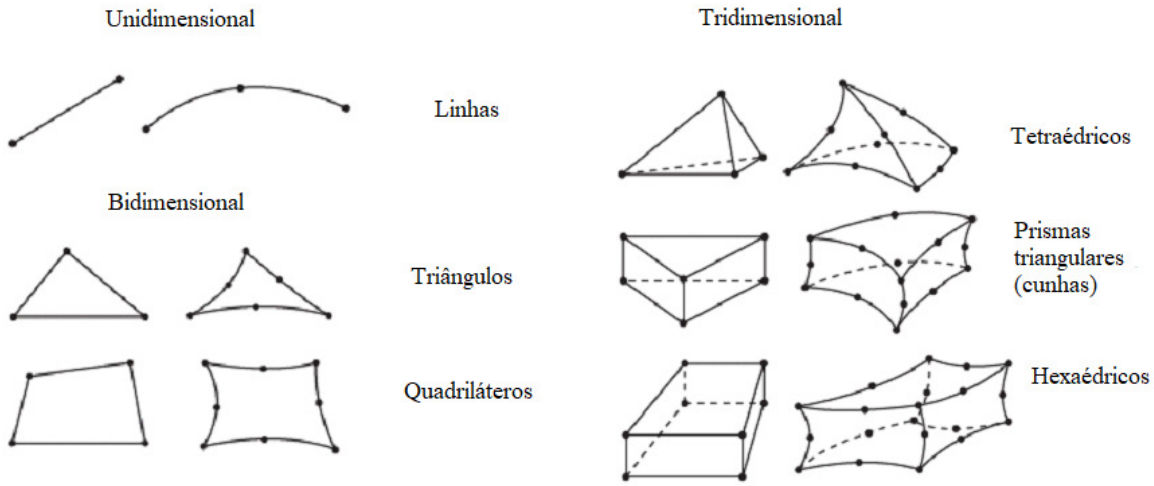


Figura 20 – Formas de elementos finitos. Fonte: Adaptado de Simulia (2013)

Em termos gerais, as análises via MEF são divididas em fases de pré-processamento, análise e pós-processamento. No pré-processamento são construídos os modelos geométricos do sistema, com a introdução dos carregamentos, das condições de contorno, além da aplicação de técnicas de simplificação do modelo e discretização em elementos finitos, sendo esses em número e forma que melhor representem a geometria e o material da estrutura a ser analisada. A fase de análise envolve todo o processo de simulação numérica, com a validação das informações do pré-processamento e realização dos cálculos associados. Durante a análise pode haver interação entre problemas multifísicos e resolução de problemas envolvendo não linearidades. Já a fase de pós-processamento constitui a apresentação dos resultados da análise, assumindo formatos gráficos e/ou tabulares. A síntese de como essas etapas se relacionam são ilustradas na Figura 21 a seguir:

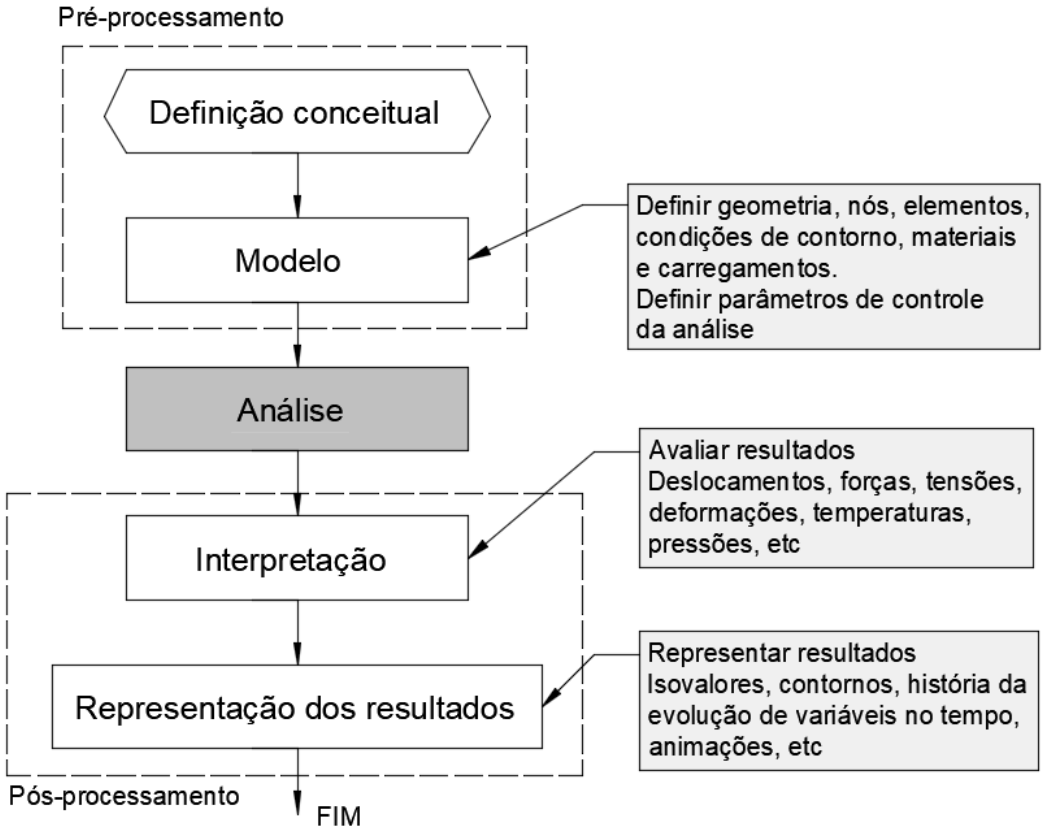


Figura 21 - Representação esquemática da metodologia de analise típica de um problema de análise de tensões e deformações, recorrendo ao método de elementos finitos. Fonte: Adaptado de Dias et al. (2010)

No presente estudo, para a análise em MEF do elemento de apoio, assim como para obtenção das constantes do modelo hiperelástico, adotou-se o software comercial Abaqus®. Trata-se de um software americano criado em 1978, sendo registrado inicialmente como Hibbitt, Karlsson e Sorensen, Inc; em referência aos seus criadores. Em 2005 o software foi adquirido pela empresa francesa Dassault Systems passando a se chamar Abaqus® (em referência a ferramenta de cálculo), se tornando parte do pacote Simulia da empresa.

Dentre o conjunto de produtos do software, o Abaqus/CAE é útil nas etapas de pré-processamento, pós-processamento e monitoramento do estágio de processamento do solucionador. A etapa do processamento está associada ao Abaqus Standard. O software foi inicialmente projetado para tratar comportamentos físicos não lineares, resultando na inserção de vários modelos de materiais, como os elastoméricos e hiperelásticos, objeto de estudo do presente trabalho.

Por se tratar de um elemento composto de materiais com comportamentos mecânicos distintos (aço e borracha), a formulação adotada na modelagem deve considerar modelos constitutivos diferentes que melhor representem o comportamento de cada material, assim como o tipo de elemento finito apropriado.

Para a parcela de aço nos AAF, deverão ser consideradas as constantes do material relativas ao seu comportamento elastoplástico. No caso das constantes mecânicas relativas ao comportamento elástico do material, deverão ser considerados o módulo de elasticidade longitudinal (*E)* e o coeficiente de Poisson (v). Já com relação ao comportamento plástico, deverá ser considerada a tensão de escoamento do aço (*yield stress).*

Com relação a integração numérica utilizada pelo MEF para simulações do aço, a integração numérica reduzida deve ser adotada para evitar o travamento associado a rigidez excessiva que ocorre quando o elemento é integrado utilizando todos os seus nós. Na integração reduzida, as tensões e pressões são calculadas com base em pontos de integração mínimos localizado em pontos que forneçam precisão adequada nos resultados. Esse tipo de técnica pode resultar em uma instabilidade da malha, conhecida como *hourglassing.*

Tal instabilidade está associada ao aparecimento de modos espúrios de deformação em malhas de elementos finitos, resultado da excitação de graus de liberdade com energia nula. Dessa forma, os deslocamentos no elemento estão completamente errados, mas, como modos de energia nula não resultam em tensões, essas respostas ainda são válidas. O elemento pode ser então utilizado, desde que a função *hourglass control* disponível no software seja ativado, minimizando o problema da malha, conforme ilustrado na Figura 22.

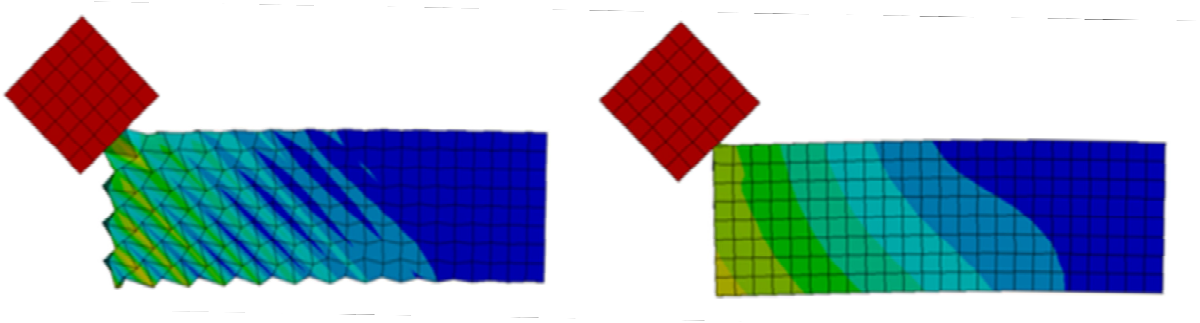


Figura 22 - Modelagem de um impacto sem utilização de "*hourglass control*" (a) e com utilização de "*hourglass control*" (b). Fonte: Vishark (2018)

O tamanho do elemento também deve ser considerado ao definir a malha pois, estando o ponto de integração localizado no centro do elemento, maiores dimensões impossibilitam a correta

captura das tensões nos limites da estrutura. Dessa forma, um refinamento da malha a ser utilizada nas simulações se faz necessário para evitar resultados incompatíveis.

Para o caso da simulação da borracha, de acordo com Lalo et al. (2019), é necessário a adoção de uma formulação híbrida em elementos finitos. Por se tratar de um material quase incompressível, a solução na modelagem não pode ser obtida considerando-se somente o histórico de deformação, já que pressões hidrostáticas podem ser adicionadas sem que haja alterações nos deslocamentos. Nesses casos, uma mudança muito pequena no deslocamento pode produzir grandes mudanças de forças de superfície, de forma que um simples arredondamento na solução numérica computacional pode levar a respostas falhas (Simulia, 2013).

Conforme relatado no manual do usuário do software Abaqus®, esse tipo de erro pode ser evitado com a utilização de elementos híbridos. Tal formulação trata a tensão da pressão como uma variável da solução básica interpolada de forma independente, sendo então acoplada à solução de deslocamento através da teoria constitutiva e condição de compatibilidade. O acoplamento pode ser implementado através do uso de multiplicadores de Lagrange.

A formulação híbrida também soluciona os problemas de travamento devido à componente de tensão volumétrica, que são comuns em materiais com coeficiente de Poisson próximos a 0,5. Considerações relacionadas a essa formulação mista estão disponíveis no Manual do usuário Abaqus®.

É importante ressaltar que, por se tratar de uma simulação que envolve grandes deformações, sejam considerados os efeitos relativos a não linearidade geométrica nos modelos com adoção da formulação Lagrangiana Total nas análises numéricas, onde a configuração indeformada é usada como referência nos processos de deformação. Esse tipo de consideração pode ser ativado na configuração do software Abaqus® na etapa '*Step manager*', ativando a função *NLgeom* anteriormente à fase de processamento do modelo.

Com relação as medidas de tensão e deformação, foram consideradas nas análises as tensões equivalentes e as deformações naturais. O uso de tensões equivalentes para as análises do material elastomérico tem como base estudos publicados considerando análises numéricas desse material. Ressalta-se a necessidade de pesquisas específicas a respeito dessa adoção com relação a possíveis desvios nos resultados numéricos.

3

METODOLOGIA

3.1 Obtenção das constantes do material

Para a realização da modelagem numérica do AAF através do software Abaqus®, é necessária a etapa de caracterização da borracha utilizada na fabricação da peça. Em virtude da complexidade relativa ao comportamento do material, a obtenção dos parâmetros de caracterização da borracha envolve a realização de testes experimentais do material, assim como a calibração dos resultados apresentados durante o processo de deformação das amostras ao longo dos testes.

Os AAFs modelados neste trabalho são fabricados pela empresa Vibtech, sendo produzidos com policloroprene (Neoprene) reforçadas com partículas de negro de fumo. A fabricação dos aparelhos fretados é regulamentada pela norma ABNT NBR 19783/2015 – Aparelhos de apoio de elastômero fretado – Especificação e métodos de ensaio, onde características de composição, tolerâncias geométricas, grandezas físicas e outros parâmetros relacionados ao desempenho dos materiais devem ser seguidos.

Em virtude da dificuldade na realização dos ensaios de caracterização da borracha, dentre as possibilidades de testes para obtenção das constantes, o teste de tração uniaxial se mostra o mais acessível, sendo realizado em instituições de pesquisa e também pelo próprio fabricante.

3.2 Ensaio de alongamento uniaxial

De acordo com ASTM D412 (2016), as leituras realizadas no teste de tensão uniaxial devem ser realizadas em amostras que não foram pré-tensionadas, sendo executados em condições idênticas entre si para que seja possível a comparação dos resultados obtidos em cada amostra. Os períodos de extensão e recuperação devem ser controlados para evitar o aparecimento de deformação residual, obtendo assim resultados válidos.

Os testes uniaxiais experimentais aqui utilizados foram realizados na empresa Vibtech e gentilmente fornecidos para o desenvolvimento do estudo dos AAFs. As amostras analisadas foram submetidas a ensaios mecânicos de tração em uma máquina eletromecânica KRATOS, sob uma taxa de deformação de 500mm/min até uma carga de 500 kgf, conforme consta no relatório dos testes. A temperatura de realização dos ensaios foi de 23,3°C e a umidade relativa foi de 40%. Os dados de carregamento x deslocamento obtidos nas amostras podem ser observadas na Figura 23, adaptados do relatório original da máquina de testes. A partir do conjunto de respostas dos testes, foi obtida uma curva média do comportamento do material para que a mesma seja utilizada no ajuste de curvas obtido através da análise com cada modelo constitutivo disponível no software utilizado.

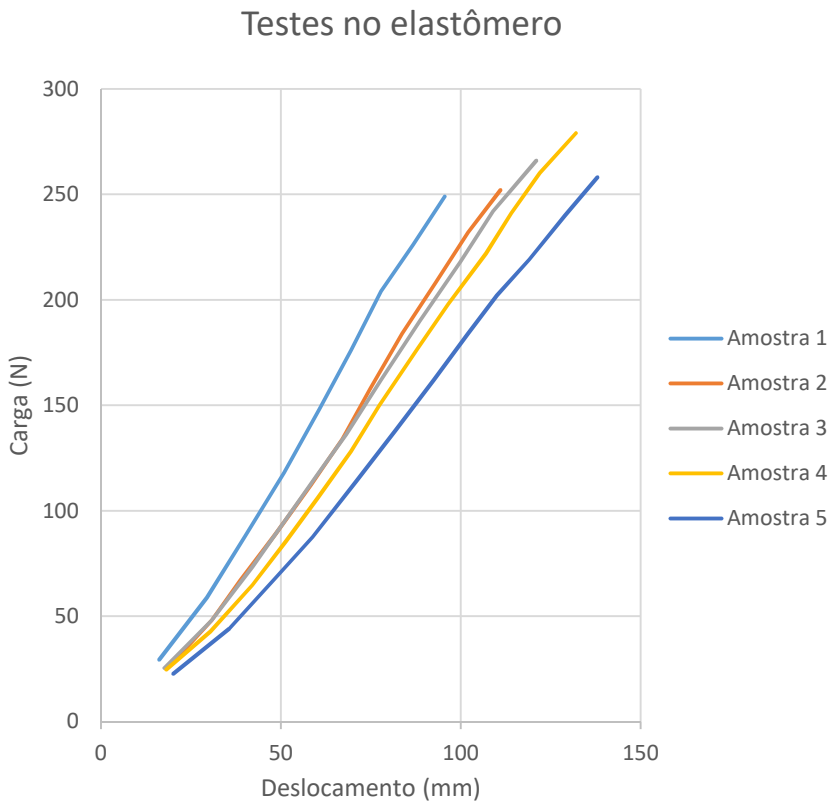


Figura 23 - Gráfico carregamento (N) x deslocamento (mm) das amostras testadas pela empresa Vibtech.

O formato da amostra pode ser observado na Figura 24, onde as marcas na seção reduzida são usadas para medir o alongamento durante o ensaio, sendo conhecidas como *bench marks*. Tal alongamento não pode ser medido próximo aos grampos que fixam a amostra ao aparelho de teste, já que o estado de tensão pura ocorre longe desses grampos. As amostras possuem 25mm

de distância entre os *bench marks* e 6mm de largura. A espessura das amostras varia entre 2,35mm a 2,6mm.

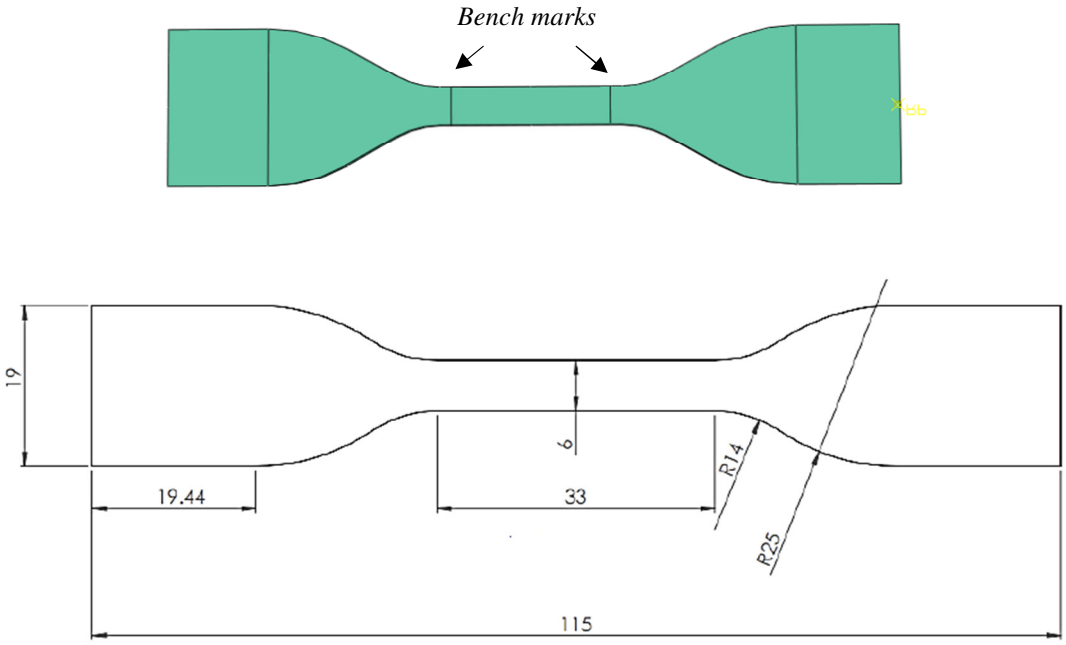


Figura 24 - Formato padrão (mm) das amostras submetidas ao teste de tensão uniaxial conforme o tipo C da ASTM D412 (2016).

De acordo com ASTM D412 (2016) e MSC (2010), para obtenção das tensões de engenharia (2º tensor das tensões de Piola-Kirchhoff) e deformações de engenharia (deformações de Green-Lagrange) em ensaios de tração, são utilizadas as seguintes equações:

$$\sigma = \frac{F}{A_0} \tag{3.1}$$

$$\varepsilon = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \tag{3.2}$$

em que A_0 é a seção transversal original da amostra, F é a carga aplicada, l_0 é o comprimento de referência inicial da amostra e l o comprimento de referência a cada carga aplicada. A equação (3.3) pode ser utilizada para a obtenção dos estiramentos principais:

$$\lambda = 1 + \varepsilon_c \tag{3.3}$$

Através dos dados da curva de tensão x deformação, são executados procedimentos específicos através do software Abaqus® para obtenção do ajuste de curvas e consequente obtenção das constantes associadas a cada modelo constitutivo.

Conforme explicitado em Simulia (2013), o ajuste das curvas associadas ao comportamento da borracha no software Abaqus® é realizado através do procedimento linear de ajuste de mínimos

quadrados, que minimiza o erro relativo à tensão em cada modelo analisado. Para os "*n*" pares de dados de tensão e deformação nominal, a medida do erro relativo Er é minimizada pela equação:

$$Er = \sum_{i=1}^{n}(1 - T_i^{th}/T_i^{test})^2 \qquad (3.4)$$

em que T_i^{th} é o valor da tensão obtida no teste experimental e T_i^{test} é a tensão teórica da curva ajustada pelo software. Esse procedimento é sugerido para todas as funções de energia de deformação disponíveis no software, em qualquer ordem *N*.

Ressalta-se que o erro relativo foi adotado devido a praticidade na análise dos dados, utilizando um único software de processamento para o ajuste de curvas e para as simulações numéricas. É possível a adoção de técnicas de ajustes de curvas com base na minimização do erro absoluto do modelo (como no software Ansys). Em resumo, o erro absoluto se refere a diferença entre o valor exato da solução e o valor obtido no modelo, enquanto o erro relativo é a razão entre o erro absoluto e o valor da solução exata. A adoção da melhor técnica exige um estudo associando a leitura dos dois tipos de erro analisando as respostas individualmente a cada modelo, essa fase não está contemplada na presente pesquisa.

A resposta tensão x deformação das amostras sujeitas aos testes de tração é computada através da análise com as funções de energia de deformação selecionadas pelo usuário, de forma a verificar o modelo que melhor se ajusta ás curvas experimentais. Ao final desse procedimento, é possível obter as constantes associadas a cada modelo hiperelástico, assim como sua estabilidade associada a todos os modos de deformação, inclusive aqueles modos que não foram obtidos experimentalmente.

A relação teórica entre tensão e deformação para a tensão uniaxial, obtida através da equação (2.45), resulta na seguinte equação:

$$T = 2\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right)\left(\frac{\partial W}{\partial I_1} + \frac{1}{\lambda}\frac{\partial W}{\partial I_2}\right) \qquad (3.5)$$

Diante do número considerável de modelos constitutivos adotados nos softwares de MEF, é necessária uma pré-seleção dos modelos mais adequados para o nível de deformação ao qual o material será submetido. Cada modelo apresenta uma particularidade associada a uma boa representação de cada deformação específica, assim como a taxa de deformação em que o mesmo apresenta boas respostas. Conhecidas as características associadas aos modelos

hiperelásticos estudados é possível realizar uma síntese do nível e tipo de deformação associado a efetividade de cada modelo, conforme Tabela 4 a seguir:

Tabela 4 – Resumo das características dos modelos hiperelásticos.

Modelo	**Deformação**	**Observações**
Polinomial	Até 300%	Não é adequado utilizar N > 3
Neo-Hooke	30-40% em tensão uniaxial 80-90% em cisalhamento puro	Não é adequado para representar compressão
Mooney-Rivlin	90-100% para tração (N=2) 100-200% (N = 5 ou N=9)	Não é adequado para representar compressão.
Yeoh	Até 20% (N=2) Grandes deformações (N=3 e N=5)	Facilidade computacional (utiliza somente 1° invariante).
Ogden	Até 700% de deformação	Computacionalmente caro
Arruda-Boyce	Até 300% de deformação	Capaz de predizer múltiplos estados de deformação baseado somente em teste uniaxial

Após a avaliação de compatibilidade de cada modelo com relação ao nível de deformação apresentado na amostra do material, além da análise das curvas e dos resultados obtidos nessa primeira etapa, é possível identificar, dentre os modelos hiperelásticos estudados, qual deles melhor representa o comportamento do material.

Os modelos Yeoh (N ≥ 3), Ogden e Arruda Boyce são aqueles que melhor se adequam aos casos de grandes deformações, o que indica que os mesmos terão melhores respostas na fase de ajuste de curvas. As tensões associadas a tais modelos ao se aplicar a equação (3.5) podem ser encontradas no estudo de Paula et al.(2018).

Para o caso do modelo de Yeoh com N=3, a tensão uniaxial, é obtida pela equação:

$$T = 2\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right)\left(C_{10} + 2C_{20}(I_1 - 3) + 3C_{30}(I_1 - 3)^2\right) \qquad (3.6)$$

Já a constante associada à compressibilidade do material, após definido o coeficiente de Poisson, pode ser obtida pela equação:

$$D_1 = \frac{3(1-2\nu)}{2C_{10}(1+\nu)} \qquad (3.7)$$

Para o modelo de Ogden (N=3) a equação (3.5) resulta em:

$$T = 2\left(\mu_1\left(\lambda^{\alpha_1-1} - \lambda^{-\frac{\alpha_1}{2}-1}\right) + \mu_2\left(\lambda^{\alpha_2-1} - \lambda^{-\frac{\alpha_2}{2}-1}\right) + \mu_3\left(\lambda^{\alpha_3-1} - \lambda^{-\frac{\alpha_3}{2}-1}\right)\right) \quad (3.8)$$

Já a constante associada a compressibilidade se dá por:

$$D_1 = \frac{3(1-2v)}{\sum_{i=1}^{N}\mu_i(1+v)} \quad (3.9)$$

Por fim, o modelo de Arruda Boyce a equação (3.5) resulta em:

$$T = 2\mu\left(\lambda - \frac{1}{\lambda^2}\right)\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{10}\frac{I_1}{\lambda_L^2} + \frac{11}{350}\frac{I_1^2}{\lambda_L^4} + \frac{38}{3525}\frac{I_1^3}{\lambda_L^6} + \frac{519}{134750}\frac{I_1^4}{\lambda_L^8}\right) \quad (3.10)$$

A constante associada a compressibilidade é obtida por:

$$D_1 = \frac{3(1-2v)}{\mu_0(1+v)} \quad (3.11)$$

O processo para obtenção das constantes através do ajuste de curvas utiliza a curva de tensão x deformação nominal da amostra como dado de entrada através da sequência: *Property => Material Manager => Create => Mechanical => Elasticity => Hyperelastic => Test Data => Uniaxial Test Data*.

Ao se adotar a utilização do teste uniaxial como parâmetro de entrada na caracterização do material, é necessário que sejam inseridas informações relacionadas a compressibilidade da borracha. Tal informação pode ser fornecida através de respostas obtidas no teste volumétrico ou diretamente pela inserção do coeficiente de Poisson. Essa última opção será a adotada, pois os resultados de teste volumétrico não foram disponibilizados para este estudo.

Dessa forma, são executados o ajuste de curvas em conjunto com a compressibilidade assumida do material, sendo estes dados processados dentro da área *Material Manager* através da opção *Evaluate* disponível nas opções relativas a essa janela de comando.

Através da análise pelo MEF é possível também predizer o comportamento que o material apresenta em relação aos modos de deformação biaxial e planar, conforme Figura 25. Sendo que apenas a tensão uniaxial pode ter seu resultado comparado àquele obtido no experimento, os demais são previsões efetuadas pelo software baseando-se apenas no teste uniaxial.

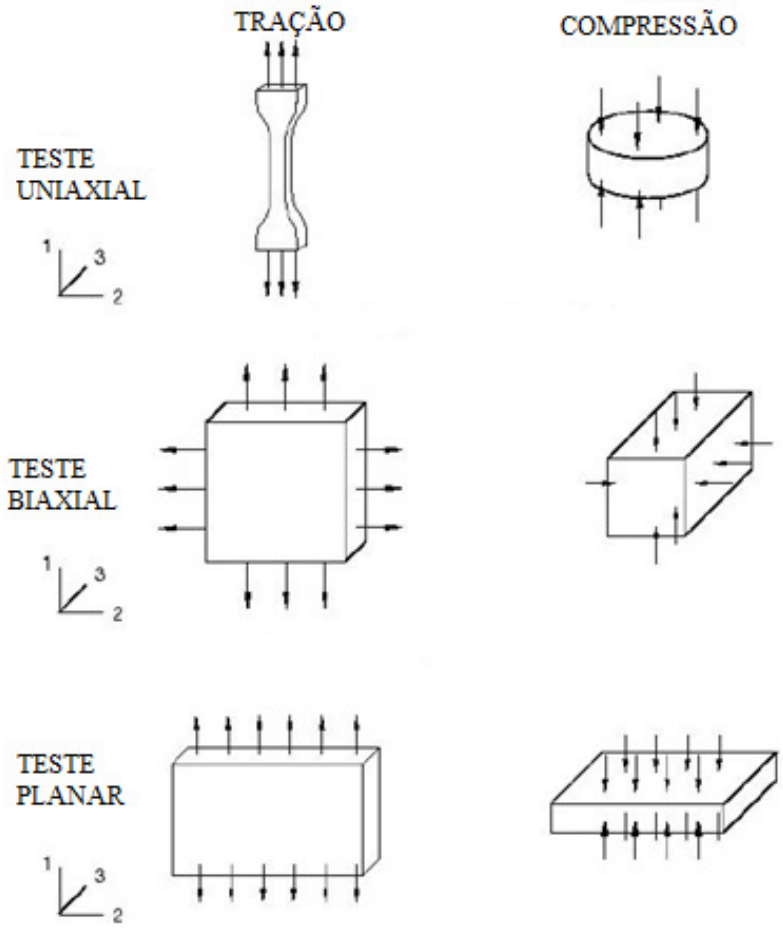


Figura 25 - Modos de deformação. Fonte: Adaptado de Simulia (2013)

3.3 Simulação do teste uniaxial

Um método que auxilia na seleção e validação do modelo hiperelástico mais adequado após o procedimento de ajuste de curvas, assim como na verificação do coeficiente de Poisson que torna o modelo mais próximo do comportamento real do material, consiste em realizar uma simulação do próprio teste de tração uniaxial. Esta etapa pode ser executada a partir da avaliação de cada modelo constitutivo pré-selecionado através da utilização das constantes obtidas na etapa de ajuste de curvas.

A modelagem é realizada com a aplicação de condições de contorno compatíveis com aquelas observadas no teste experimental, assim como a aplicação da carga observada no relatório do teste, obtendo-se assim as curvas de tensão x deformação da simulação. Ao fim, as curvas resultantes na simulação podem ser comparadas à curva obtida no teste, avaliando qual modelo obteve maior aproximação com a resposta do experimento.

Os materiais hiperelásticos possuem uma complexidade associada à mistura do material, o processo de cura e à associação de cada modelo diante do nível de deformação que o mesmo

estará sujeito em sua utilização. É razoável admitir que, mesmo obtendo curvas bem próximas relativas ao teste experimental de tração uniaxial, os resultados obtidos ao admitir o AAF poderão apresentar maiores divergências ao se comparar a modelagem numérica e os ensaios disponíveis dos protótipos.

3.4 Ensaios experimentais nos aparelhos de apoio fretado

Os AAFs são dispositivos que vinculam partes da estrutura das pontes permitindo deslocamentos horizontais e de rotação, impedindo que esforços associados a essas deformações sejam transferidos para as colunas. Com relação aos esforços verticais, os AAF possibilitam a transferência de esforços associada a uma deformação de compressão nas camadas de elastômero.

Para a definição da geometria e da configuração dos AAF é necessário que sejam utilizados dados do projeto onde a peça será instalada. De acordo com o catálogo de AAF da fabricante Vibtech (2012), as cargas verticais previstas são utilizadas para a definição da área de contato do aparelho (comprimento e largura), já as deformações previstas em projeto auxiliam na definição do número de chapas de aço e, consequentemente, do número de camadas de elastômero. As tensões internas previstas auxiliam na definição da espessura das chapas de aço, enquanto as deformações horizontais e de rotação são utilizadas para a definição da espessura das camadas de elastômero.

A norma ABNT NBR-19783/2015 estabelece requisitos de aceitação de AAF, assim como métodos de ensaio associados aos esforços de compressão e de cisalhamento. Dentre as informações que constam no documento incluem-se dimensões mínimas, características necessárias associadas a composição e dureza do elastômero, além de valores mínimos de tensão e de alongamento observadas no material.

3.4.1 Ensaio de Compressão

O ensaio experimental de compressão foi realizado pela fabricante Vibtech, sendo que a amostra selecionada para o estudo possui geometria conforme Tabela 5, onde constam suas características geométricas e distribuição de camadas dos materiais. O aparelho foi submetido a um carregamento de 1500 kN, apresentando um deslocamento de 6,64mm ao final da aplicação da carga.

Tabela 5 - Caracterização do AAF sujeito a ensaio de compressão.

Dimensões (mm)	450 x 450 x 185	
Massa (kg)	80,9	
Espessura da chapa de aço (mm)	3,175	
N° Chapas de aço	11	
Espessura camada borracha (mm)	14	
N° Camadas de borracha	10	

3.4.2 Ensaio de Cisalhamento

O ensaio de Cisalhamento foi realizado pela fabricante Vibtech, sendo executado através de dois corpos de prova (2) devidamente posicionados conforme esquema da Figura 26. A força normal (FN) equivale a um deslocamento inicialmente imposto de 6mm, enquanto a força transversal (FT) equivale a um deslocamento horizontal inicialmente imposto de 60mm (d). Os corpos de prova são devidamente posicionados entre chapas de concreto e/ou aço (1), sendo utilizado um aparelho para a obtenção das leituras da força associada ao nível de deformação ao longo do experimento (3).

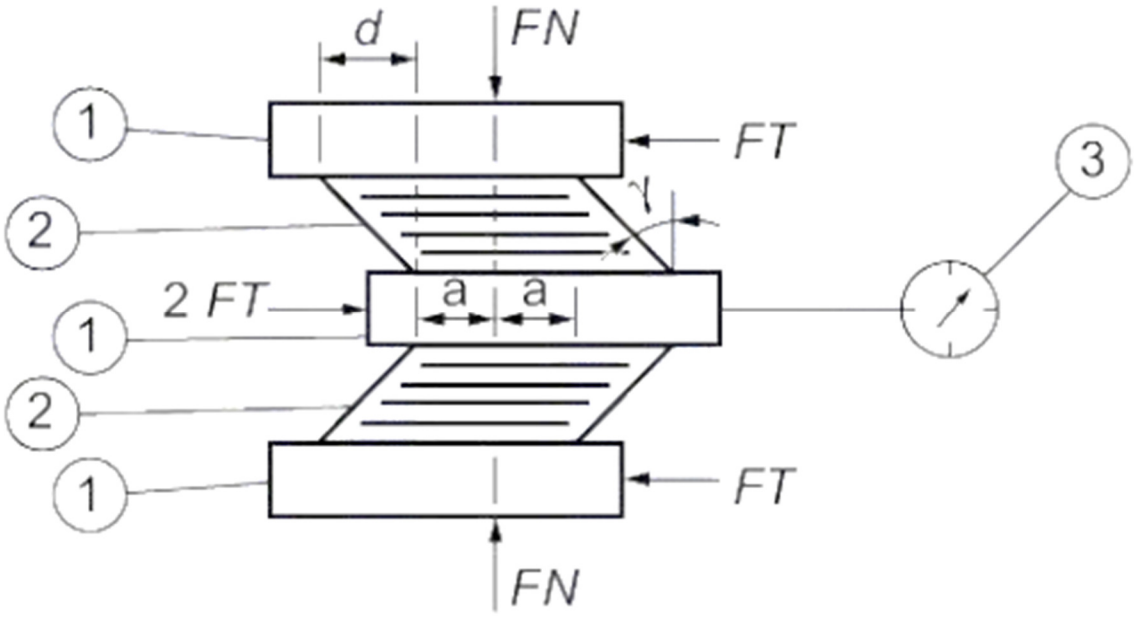
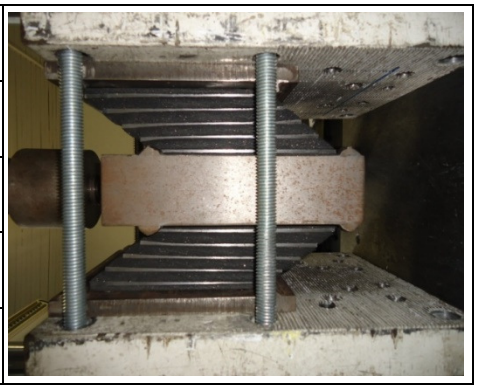


Figura 26 - Esquema de ensaio de cisalhamento. Fonte: NBR-19783 (2015)

Tabela 6 – Caracterização do AAF sujeito a ensaio de cisalhamento.

Dimensões (mm)	150 x 150 x 58	
Espessura da chapa de aço (mm)	3,175	
N° Chapas de aço	5	
Espessura camada borracha (mm)	8	
N° Camadas de borracha	4	

A amostra de teste que foi disponibilizada para este estudo tem suas características geométricas conforme apresentado na Tabela 6, sendo que a carga observada pelo esforço de compressão decorrente do deslocamento vertical inicial corresponde a 9375 kgf, já a carga associada ao deslocamento imposto horizontalmente foi de 2254 kgf.

3.5 Validação através da modelagem analítica

Conforme Gent (2012), para utilização dos modelos analíticos é necessário adotar constantes associadas ao comportamento do elastômero, tais como o módulo de cisalhamento (μ), o módulo de elasticidade (E) e o módulo volumétrico (k). O autor fornece uma relação entre tais constantes que foram adaptadas na Tabela 7.

Tabela 7 – Coeficientes observados em elastômeros. Fonte: Adaptado de Gent (2012)

Módulo de cisalhamento tangente inicial μ (MPa)	**Módulo de elasticidade tangente inicial E (MPa)**	**Módulo volumétrico k (MPa)**	**Coeficiente de compressibilidade φ**
0,296	0,896	979	0,93
0,365	1,158	979	0,89
0,441	1,469	979	0,85
0,524	1,765	979	0,80
0,621	2,137	1007	0,73
0,793	3,172	1062	0,64
1,034	**4,344**	**1124**	**0,57**
1,344	5,723	1179	0,54
1,689	7,170	1241	0,53
2,186	9,239	1303	0,52

De acordo com a norma ABNT NBR-19783 (2015), na seção 5.4.6, o módulo de cisalhamento dos aparelhos de apoio (μ) deve ser igual a 1 MPa, com tolerância de ± 0,15 MPa. Dessa forma, os coeficientes que serão adotados na modelagem numérica são aqueles identificados em negrito na Tabela 7 acima.

3.5.1 Compressão

A obtenção da rigidez à compressão (K_c) de um AAF pode ser obtido através da equação:

$$K_c = {}^{F_c}/_{d_c} = \frac{A.E_c}{N.t} \tag{3.12}$$

sendo F_c a força de compressão aplicada, d_c o deslocamento vertical da peça, A a área considerada na superfície de teste do modelo, E_c o módulo de compressão, N o número de camadas de elastômero e t a espessura da camada de elastômero no modelo.

O valor do módulo de compressão E_c pode ser obtido através da equação:

$$E_c = E(1 + \varphi S^2) \tag{3.13}$$

sendo S o fator de forma do aparelho, que relaciona a superfície carregada e a superfície de contorno da camada de elastômero, sendo descrita pela equação:

$$S = \frac{A_L}{A_B} = \frac{L.C}{2t(L+C)} \tag{3.14}$$

sendo L a largura, C o comprimento e t a espessura da camada de elastômero do AAF.

Além disso, sob esforços de compressão, é necessário utilizar um fator de correção que considere o módulo de compressibilidade do material. A equação a seguir é utilizada para se obter o módulo de compressão considerando tal ajuste:

$$E_{c,efetivo} = \frac{E_c}{1+E/k} \tag{3.15}$$

3.5.2 Cisalhamento

A obtenção da rigidez ao cisalhamento (K_s) de um AAF, por sua vez, pode ser obtido através da equação:

$$K_s = {}^{F_s}/_{d_s} = \frac{A.\mu}{N.t} \qquad (3.16)$$

sendo F_s a força de cisalhamento aplicada, d_s o deslocamento horizontal da peça, A a área considerada na superfície de teste do modelo, μ o módulo de cisalhamento, N o número de camadas de elastômero e t a espessura da camada de elastômero no modelo.

3.6 Validação do modelo através do MEF

A utilização da modelagem em elementos finitos é uma alternativa capaz de simular o comportamento de elementos constituídos de materiais diversos, dos mais simples aos que apresentam maior complexidade na simulação. Tal metodologia mostra bons resultados em análises não lineares, como é o caso dos dispositivos constituídos de borracha. No presente estudo, como os testes experimentais envolvem geometrias e configurações diferentes nos protótipos, são necessárias modelagens distintas a cada tipo de AAF.

Considerando que os AAF que serão tratados nesse estudo têm formato retangular, os materiais serão representados em meio contínuo (C) de forma tridimensional (3D) através de elementos hexaédricos lineares de 8 nós, assim, tanto o aço como a borracha, apresentam a nomenclatura do elemento finito C3D8. Há também uma quinta representação alfanumérica na tipologia do elemento, estando essa associada à particularidade que cada material exige para seu processamento.

O tipo de elemento finito adotado para representar a parcela de aço foi o C3D8R, onde a letra R representa a adoção da integração numérica reduzida. No caso do elemento C3D8R, o Abaqus® aplica integração reduzida utilizando um único ponto de integração para cada elemento, o que pode resultar na instabilidade da malha, associada a excitação de modos espúrios de deformação. Para minimizar tais problemas, a função *hourglass control* do software foi adotada, além de serem consideradas análises de refinamento de malha para cada modelo, evitando falhas nas capturas das tensões.

Para o caso da simulação da borracha, o tipo de elemento finito adotado foi o C3D8H, sendo a letra H usada para indicar a formulação híbrida, indicada para materiais incompressíveis de forma a evitar travamentos associados ao alto valor do módulo volumétrico do material. Devido ao nível de deformação associado à borracha, as análises são consideradas com a função *NLgeom* ativadas, considerando assim a não linearidade geométrica dos modelos.

Os modelos são submetidos a carregamentos externos ou deslocamentos impostos, conforme o procedimento que foi utilizado nos testes dos protótipos. Os resultados das análises incluem o mapeamento de tensões equivalentes e deformações naturais, além do histórico de carregamentos e deslocamentos.

O software utilizado nas simulações é o Abaqus/CAE versão 2019, processado em uma máquina com processador Intel Core i7-8565U 8° geração, com sistema operacional Windows 10 de 64 bits. A memória RAM da máquina é de 16 GB, DDR4, 2666MHz, possuindo unidade de estado sólido (SSD) SATA M.2 de 128GB e um disco rígido (HDD) SATA de 1 TB e 5400RPM. O processamento dos modelos exige grande disponibilidade de memória RAM em seu processamento, além de exigir memória de armazenamento suficiente para armazenar os resultados de todas as simulações necessárias.

3.6.1 Compressão

A modelagem em elementos finitos do AAF de dimensões 450mm x 450mm x 183mm foi feita através do software Abaqus®. Como se trata de um elemento simétrico e somente um tipo de deslocamento na peça, foi adotada uma simplificação na modelagem associada a simetria do aparelho, utilizando-se apenas meio modelo nas simulações de forma a minimizar o custo computacional. Tal consideração é possível desde que, nas condições de contorno, sejam inseridas as condições de simetria no eixo em questão.

Para o processo de discretização da malha de elementos finitos é necessário a adoção de uma etapa de refinamento da malha. De acordo com Tavares (1998), a precisão da solução de um problema aumenta continuamente com o refinamento da malha de elementos finitos adotada. Porém, é necessário grande cuidado nesse processo para que haja equilíbrio entre grau de refinamento da malha e a custo computacional associada na solução, já que um número maior de elementos resulta num maior número de variáveis e, portanto, maior custo computacional nas simulações.

Ressalta-se que, para as camadas de aço foi considerada a integração reduzida através dos elementos finitos C3D8R e para as camadas de elastômero foi considerada a formulação híbrida através dos elementos C3D8H.

Para representar a configuração original do aparelho, além de considerar a espessura e número de camadas de cada material, também foram inseridas chapas rígidas no topo e na base do

aparelho. Tais chapas representam os apoios rígidos que são utilizadas nos testes experimentais, assim como a ligação entre o AAF e os elementos de concreto das pontes, sendo que a espessura dessas chapas precisa ser suficiente para garantir a rigidez necessária na análise.

As condições de contorno foram estabelecidas no modelo, sendo que a chapa rígida inferior foi considerada como engaste perfeito, de forma a representar a não transferência dos deslocamentos do aparelho para as colunas da estrutura. Já na chapa superior foi admitida a restrição MPC (*Multi-Point Constraint*), onde é possível restringir o movimento de nós escravos de uma parte específica ao movimento de um único ponto (Simulia, 2013). Tal ponto único foi criado utilizando o recurso "*Reference point*" (RP), considerando-o acima do centro geométrico na face superior da chapa rígida, com uma distância vertical de 10mm. Nesse ponto foram assumidas também a liberdade de movimentação nas 3 direções, compatível com a condição de movimentação da superestrutura.

Foi então aplicada uma carga de 1500kN no ponto de referência, sendo esta carga então transmitida para os nós escravos da chapa rígida, simulando o teste de compressão vertical no aparelho. A carga foi linearmente aplicada em um intervalo de 2 minutos conforme observado também no experimento.

Os modelos produzidos para as fases de simulação incluem a utilização de modelos completos e de meio-modelos, com a inserção das condições de contorno, vinculações e restrições necessárias para as simplificações adotadas no meio modelo produzam os mesmos resultados dos modelos completos. A Figura 27-a representa o modelo completo com condição de restrição convertida para sua representação em meio modelo. Já a Figura 27-b mostra as condições de contorno aplicadas no modelo completo e sua versão em meio modelo com a aplicação da condição de simetria.

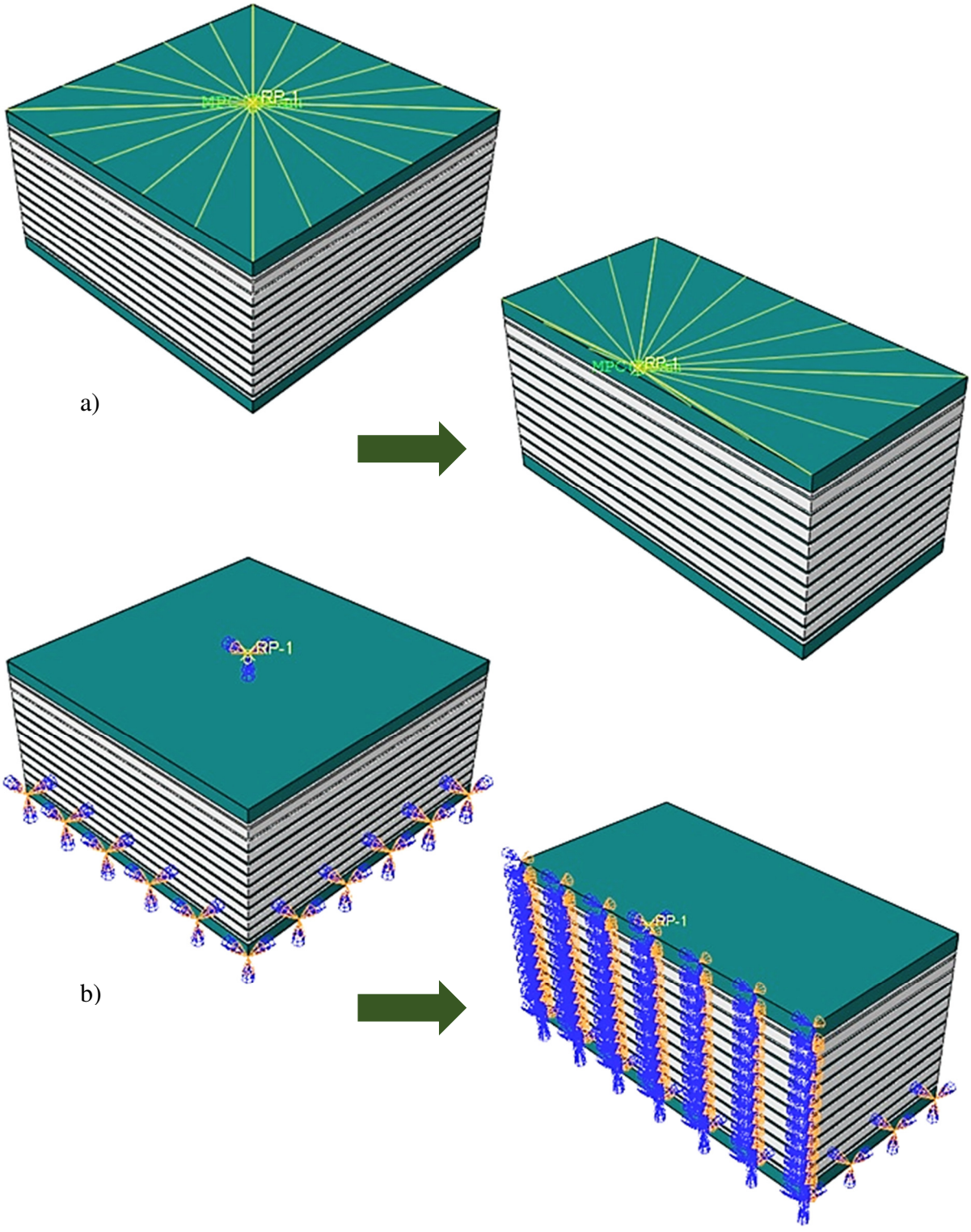


Figura 27 - Aparelho de apoio modelado em EF adaptado para meio modelo com a condição de restrição no ponto de referência (a) e condições de contorno (b).

3.6.2 Cisalhamento

A modelagem em elementos finitos do AAF de dimensões 150mm x 150mm x 58mm também foi feita através do software Abaqus® assim como na modelagem de compressão, sendo realizada também uma etapa de refinamento da malha para garantir a convergência da solução. As considerações relacionadas aos elementos de aço e elastômero foram as mesmas estabelecidas no ensaio de compressão, assim como as condições de contorno, restrições e criação do ponto de referência para aplicação dos carregamentos.

O teste de cisalhamento é feito utilizando-se 2 amostras do AAF, porém, para minimizar o custo computacional na simulação desse teste, foi utilizada a modelagem de apenas uma amostra, como ilustrado na Figura 28. Dessa forma, é necessário a manipulação dos dados e dos resultados de forma que os dados do teste experimental, do modelo analítico e do modelo em EF sejam compatíveis, convergindo para resultados que admitam comparações entre si.

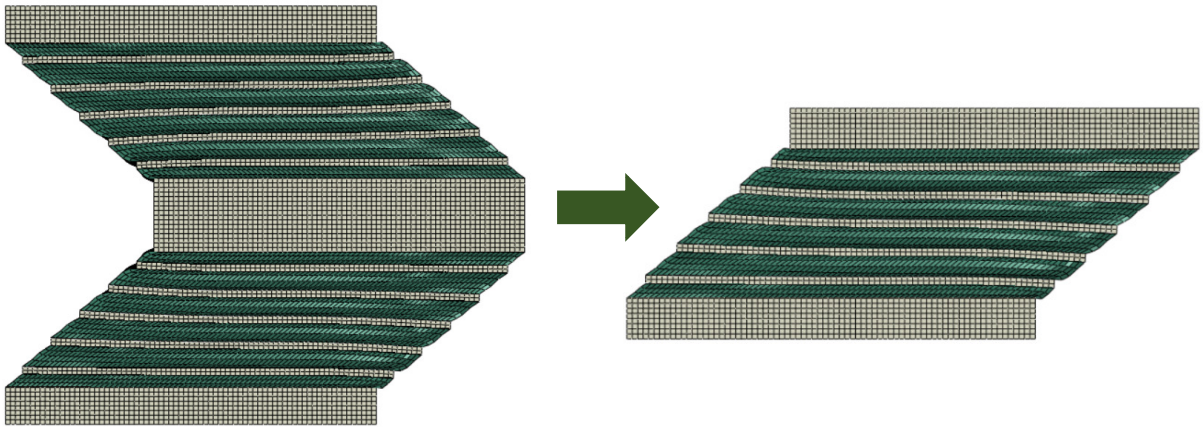


Figura 28 – Configuração das amostras de AAF para o teste de cisalhamento e simplificação para a simulação em EF.

Para o teste de cisalhamento é necessário a execução de uma fase de pré-compressão no aparelho, sendo considerada então a divisão da simulação em duas etapas ou *steps*. No teste experimental foi aplicado um deslocamento de pré-compressão de 6mm, já no caso da simulação será considerada apenas metade desse valor, de forma que o primeiro *step* consiste em um deslocamento vertical de compressão de 3mm. Já no caso do cisalhamento, será considerado o mesmo deslocamento, assim o segundo *step* consiste em um deslocamento horizontal de 60mm.

Para as condições de contorno, admite-se que uma das superfícies de apoio está engastada, sendo que a outra encontra-se livre para se deformar nos sentidos de aplicação dos deslocamentos iniciais. Ambos os deslocamentos serão aplicados no ponto de referência admitido no modelo e vinculado à restrição tipo MPC, onde também serão observadas as respostas ao longo do teste.

3.7 Estudo de caso

Após a validação do modelo constitutivo através do estudo das respostas das simulações em relação àquelas obtidas nos ensaios, será verificado o comportamento de um AAF em uma estrutura real, através da simulação do comportamento de um aparelho instalado em um viaduto construído no município de Contagem/MG. Tal estrutura está representada através da Figura 29.

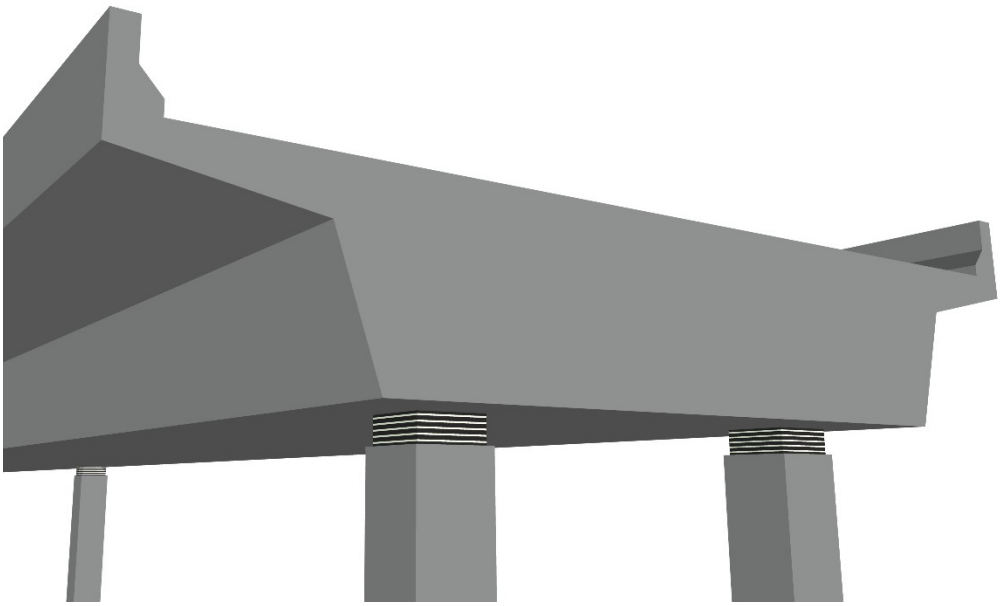


Figura 29 - Esquema da estrutura do viaduto e disposição dos AAFs.

Os dados do projeto do viaduto incluem os esforços associados ao peso da estrutura e dos veículos de tráfego, efeitos do vento, efeitos da frenagem de veículos e efeitos das dilatações térmicas do material. O AAF tem dimensões 500 mm x 600 mm x 130mm, sendo que a disposição das camadas e o valor dos carregamentos de acordo com o projeto do viaduto encontram-se na Tabela 8. As cargas verticais serão aplicadas ao longo do eixo y, as longitudinais no eixo z e as transversais no eixo x, tendo como referência os eixos orientados na Figura 30.

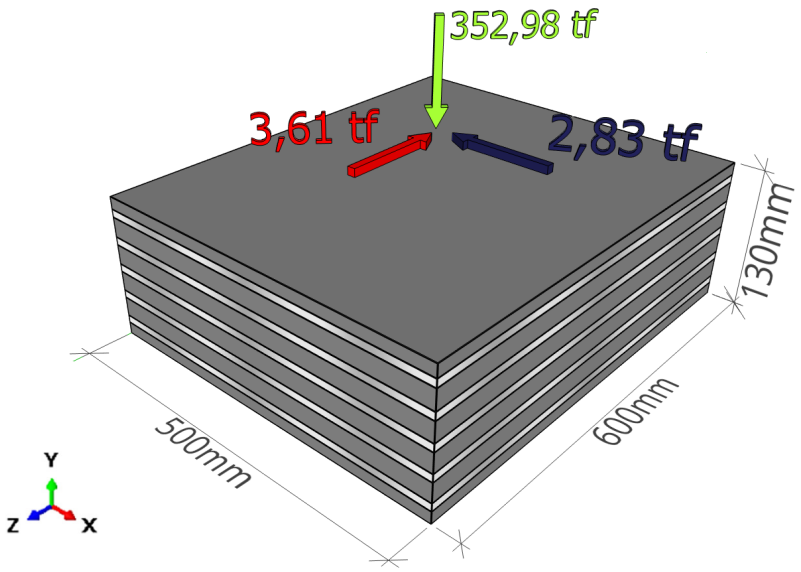


Figura 30 - Disposição dos carregamentos no AAF do estudo de caso.

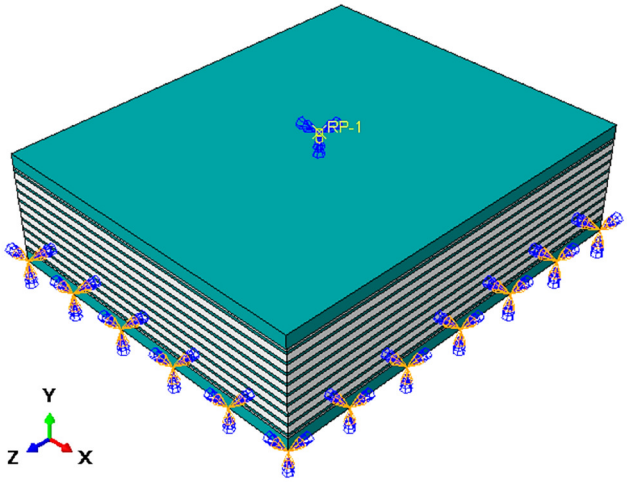
Tabela 8 – Caracterização e carregamentos do AAF utilizado no viaduto.

Características geométricas			**Carregamentos**	
Tipo	**Quantidade**	**Espessura (mm)**	**Tipo**	**Carga (tf)**
Cobrimento	2	3	Vertical	352,98
Chapa de aço	9	4	Longitudinal	3,61
Camada borracha	8	11	Transversal	2,83

A camada referente ao cobrimento é aplicada em todo o contorno da peça para proteção da mesma contra a agressividade do ambiente, porém na modelagem a mesma será considerada apenas nas faces superior e inferior da mesma. A ligação dos AAFs com as estruturas inferior e superior adotada é semelhante ao proposto nos testes de simulação dos protótipos, considerando a rigidez dos pilares e liberdade de movimentação das vigas da estrutura.

Uma análise de refinamento de malha também se faz necessária nessa modelagem sendo que, para reduzir o custo computacional, tal fase será executada utilizando-se somente meio-modelo do AAF e considerando somente a atuação do carregamento vertical com suas devidas adaptações nas condições de contorno e carregamento. A Figura 31 representa o esquema do aparelho e sua adaptação em meio modelo, adotada na fase de análise de refinamento da malha.

a)



b)

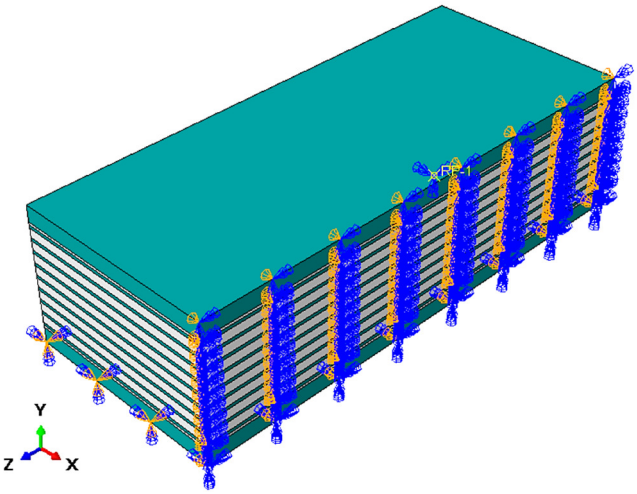


Figura 31 - AAF utilizado na simulação de uma estrutura real em seu modelo integral (a) e em meio modelo (b).

Para a fase de simulação do aparelho onde serão consideradas todos os carregamentos de projeto, será utilizado o modelo integral a fim de evitar possíveis desvios nas respostas ao adicionar as etapas de carregamento longitudinal e transversal. Sendo tais carregamentos aplicados em três *steps* distintos e sequenciais.

O modelo constitutivo utilizado para a modelagem será aquele validado nas simulações dos protótipos, admitindo-se o custo computacional e convergência dos resultados obtidos nessa fase.

4

RESULTADOS E DISCUSSÕES

4.1 Ajuste de curvas

Na fase de obtenção das constantes associadas a cada modelo, efetuou-se o ajuste de curvas de cada modelo constitutivo tendo como base a curva obtida experimentalmente. Esta etapa exige pouco esforço computacional, portanto é possível simular diversos modelos, inclusive aqueles que não se encaixam na taxa de deformação observada no experimento. As curvas obtidas nessa primeira fase podem ser visualizadas na Figura 32. Já nas Figuras 33 e 34 têm-se as predições para o teste planar e biaxial.

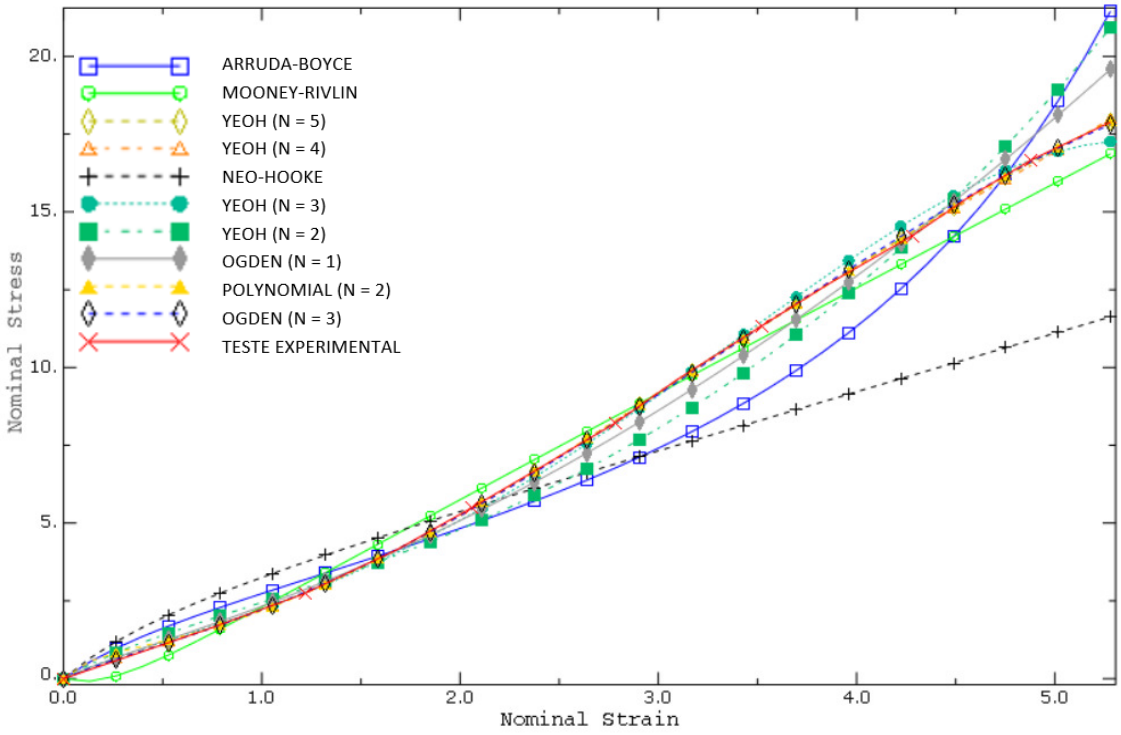


Figura 32 - Ajuste de curvas de tensão nominal (MPa) x deformação nominal (mm/mm) através de teste uniaxial.

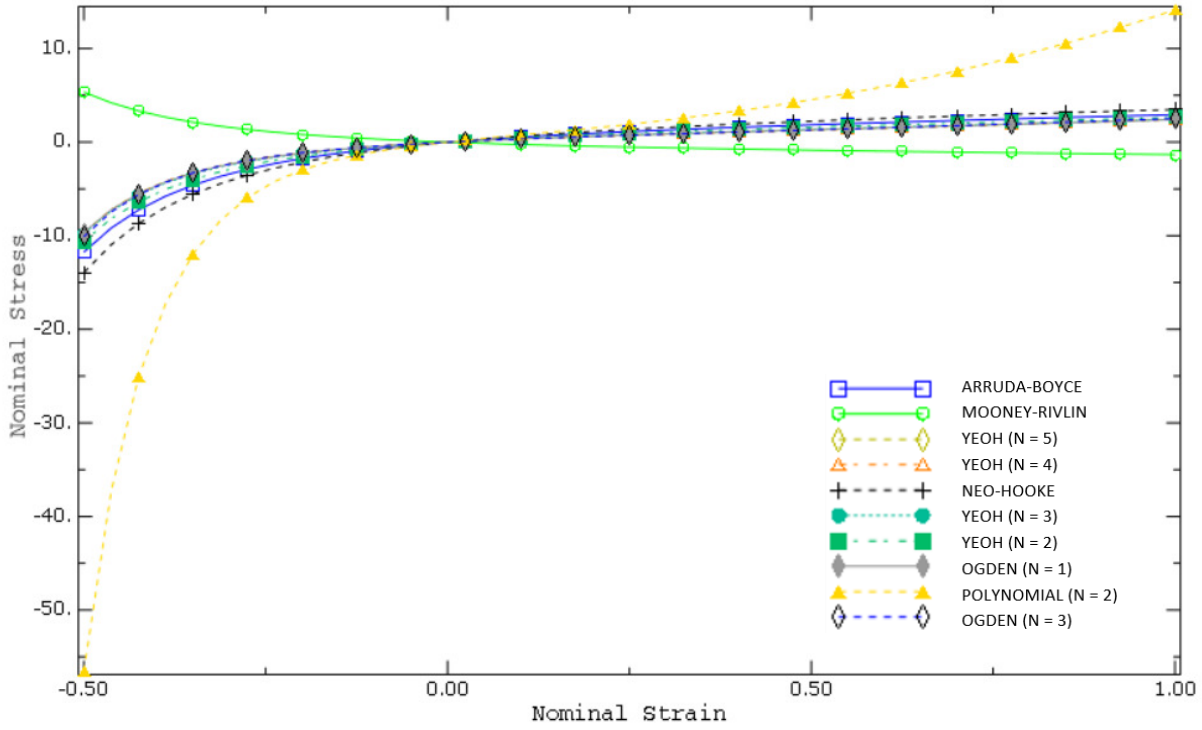


Figura 33 - Predição de curvas tensão nominal (MPa) x deformação nominal (mm/mm) em teste planar.

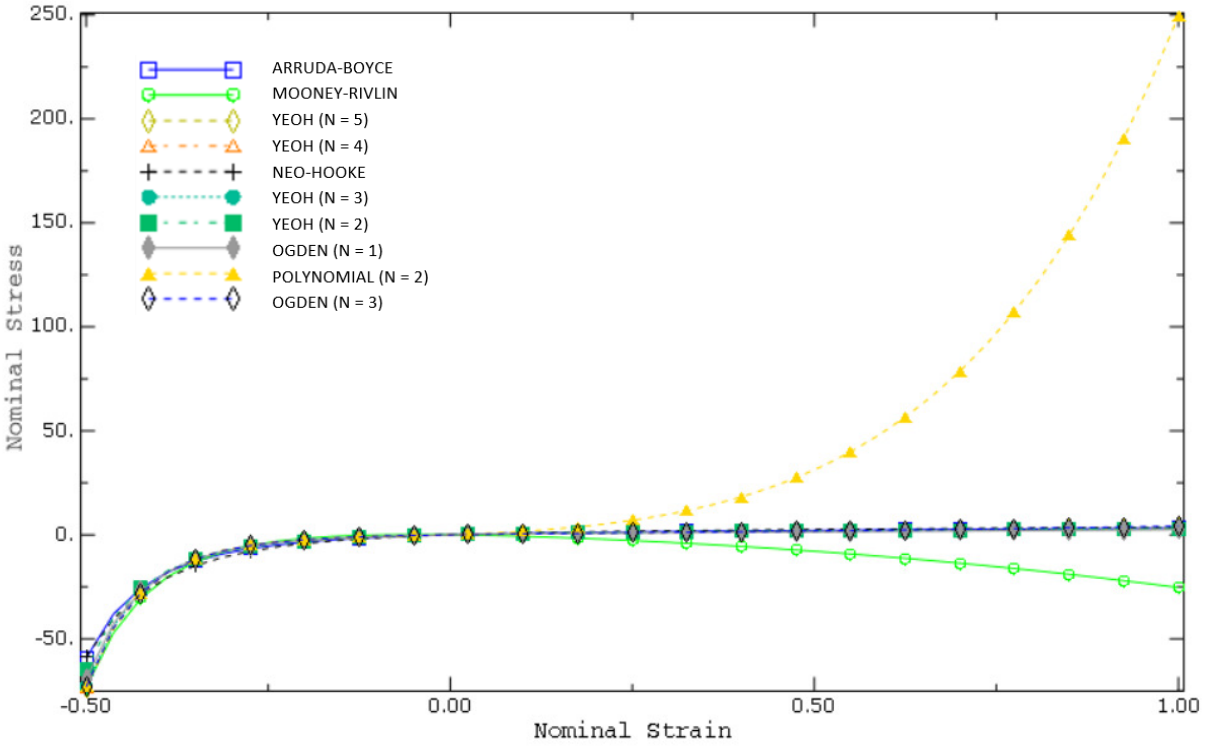


Figura 34 – Predição de curvas de tensão nominal (MPa) x deformação nominal (mm/mm) em teste biaxial.

Como o único teste disponibilizado para este estudo é o de tração uniaxial, os demais comportamentos são apenas predições, dificultando assim a seleção do melhor modelo constitutivo para representar o comportamento do material.

Observa-se que alguns modelos apresentam maiores desvios, como o caso do modelo Neo-Hookeano e de Mooney-Rivlin, apresentando também instabilidade em alguns estados de deformação conforme relatório emitido ao final do ajuste de curvas. Tal comportamento é justificado pelo fato de que tais modelos não são adequados para casos de grandes deformações, como já abordado no Capítulo 2.

4.2 Teste uniaxial

A fim de auxiliar o processo de seleção do modelo constitutivo para a modelagem do AAF, procedeu-se uma modelagem do próprio teste uniaxial experimental, simulando o comportamento da amostra ao longo da aplicação do carregamento ao se considerar os modelos constitutivos. Para isso, foram consideradas informações relativas ao teste experimental e orientações normativas da ASTM D412 (2016) de forma a considerar a aplicação do carregamento e condições de contorno compatíveis com o experimento. As dimensões do corpo de prova estão apresentadas anteriormente na Figura 24.

O elemento adotado foi o C3D8H, considerando a formulação híbrida necessária em simulações de materiais elastoméricos. Para simular a condição associada aos grampos em contato com a amostra, foi inserida uma partição na geometria, isolando os 16mm da parte inferior e superior da mesma, o que corresponde a faixa da amostra onde ocorre o contato com os grampos no experimento. Na parte inferior foi considerado a condição de engaste perfeito, simulando a extremidade fixa durante o teste, já na partição superior foi imposta a liberdade de alongamento em relação ao eixo y.

Para a aplicação do carregamento na amostra, foi considerado um acoplamento do tipo MPC (*Multi-Point Constraint*) na extremidade onde as cargas serão aplicadas utilizando um ponto (RP - *Reference Point*) que transfere esse carregamento para os nós escravos pertencentes a superfície de contato com o grampo. Para que a simulação valide o que foi executado experimentalmente, a carga máxima aplicada durante a simulação foi de 279,984 N.

Ao se utilizar o MEF para simulações, é necessário garantir que a malha de elementos adotada seja suficientemente refinada de modo a garantir que os resultados obtidos sejam adequados

(Simulia, 2013). Para avaliar a convergência na simulação do teste uniaxial, foram utilizadas malhas cujas dimensões foram reduzidas a cada processamento, ao final foram considerados os resultados relativos ao deslocamento máximo, número de elementos, número de variáveis e tempo de processamento. A carga aplicada nessa fase foi a mesma observada no teste experimental, sendo adotado o modelo constitutivo de Yeoh (N=3). Os resultados referentes a cada refinamento de malha podem ser visualizados na Tabela 9.

Tabela 9 – Resultados do teste de refinamento de malha do teste uniaxial.

Dimensão do EF (mm)	**Total de EFs no modelo**	**Total de variáveis no modelo**	**Tempo de processamento (minutos)**	**Deslocamento (mm)**	**Variação**
3	204	2040	< 1	134,079	-
1,5	**1844**	**12974**	**< 1**	**134,068**	**-0,008%**
0,75	10980	66462	1	134,088	0,015%

Pelos resultados obtidos optou-se pela malha de 1,5mm, já que o refinamento maior da malha não apresentou grandes variações nas respostas. Tal escolha resulta em um modelo com 4905 nós e 12974 variáveis associadas aos graus de liberdade dos elementos, sendo então utilizado para avaliar a resposta obtida em cada modelo constitutivo.

Para a fase das simulações, foram admitidas hipóteses associadas aos modelos de Arruda-Boyce, Yeoh (N=3) e Ogden (N=3) e a compressibilidade do material (representadas pela constante D) em cada um dos modelos relaciona-se com a adoção do coeficiente de Poisson como 0,498. Tal valor corresponde a um grau de proporcionalidade entre o módulo volumétrico inicial K_0 e o módulo de cisalhamento inicial μ_0 na ordem de 200 que, segundo o manual do software, está na faixa adequada para simulações de borrachas preenchidas com negro de fumo submetidos a cargas de compressão (caso dos AAFs).

A Figura 35-a permite a visualização da malha e a aplicação das condições de contorno e carregamento na amostra. Já a Figura 35-b permite a visualização da distribuição das tensões ao final da aplicação do carregamento, sendo que estas tensões se intensificam na região entre os *bench marks* da amostra. Por fim, na Figura 35-c é possível verificar o deslocamento ao final do teste. Ressalta-se que a leitura do deslocamento considera a diferença entre os valores observados entre os *bench marks* da amostra.

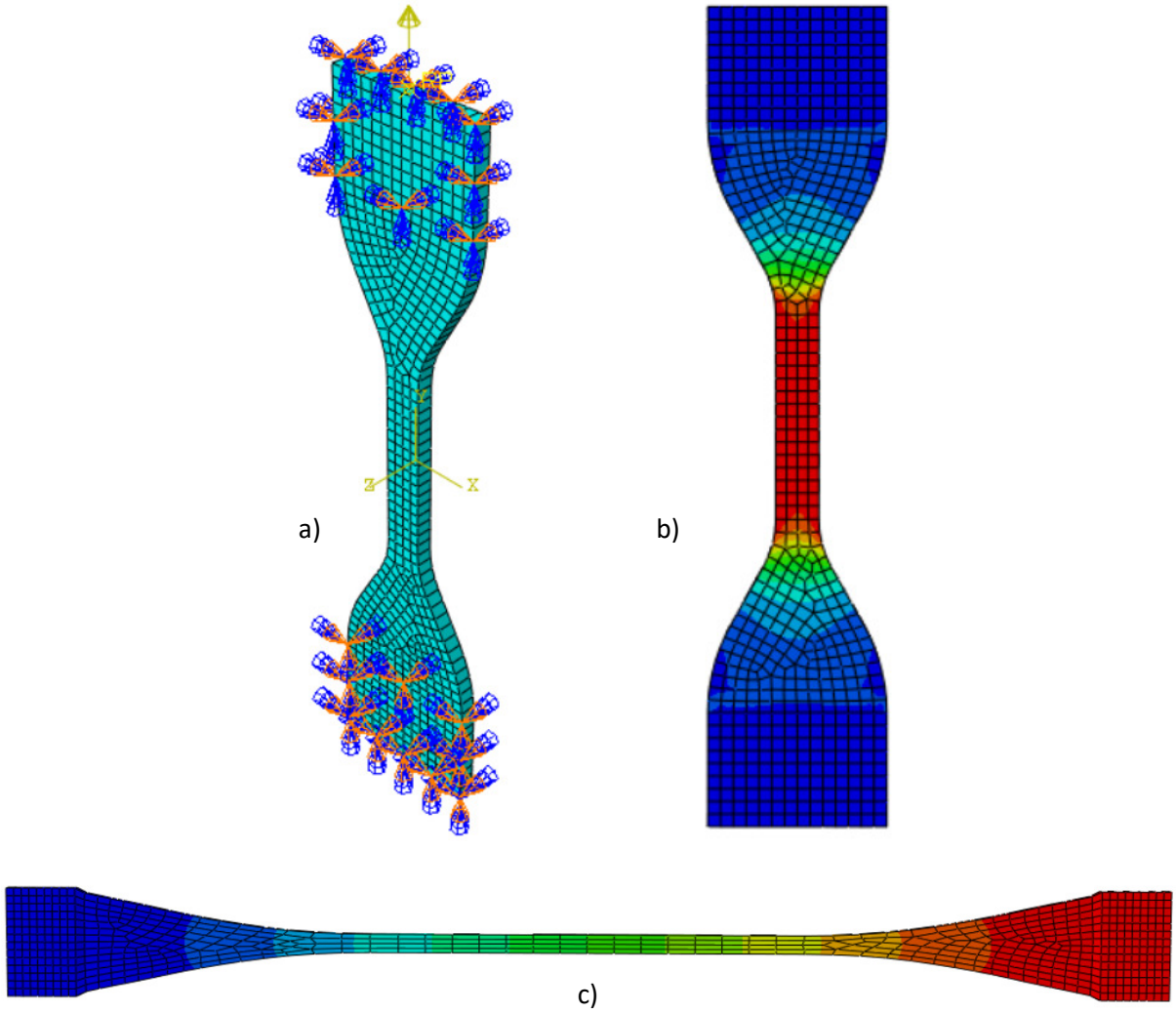


Figura 35 – Modelagem da amostra sujeita ao teste uniaxial: malha e condições de contorno (a), mapeamento de tensões equivalentes (b) e deformações naturais (c).

As constantes obtidas anteriormente pelo ajuste de curvas foram utilizadas para a validação através da modelagem do experimento de tração uniaxial, sendo essas relacionadas na Tabela 10 abaixo. O erro relativo de cada modelo consta no relatório do ajuste de curvas, sendo obtido pela equação (3.4), que associa as tensões observadas no teste experimental com as leituras obtidas nas curvas teóricas de cada modelo constitutivo.

Tabela 10 - Constantes associadas aos modelos constitutivos.

Modelo	**Erro**	**Constantes associadas a mudança de forma**	**Constantes associadas a mudança de volume (D)**
Arruda-Boyce	16,8%	μ = 1,466 λ_M = 4,11	0,0066
Ogden (N=3)	0,74%	μ_1 = 1,233 α_1 = 3,73 μ_2 = -0,56 α_2 = 4,11 μ_3 = 0,267 α_3= -2,002	0,0065
Yeoh (N=3)	0,76%	C_{10} = 0,605 C_{20} = 0,0249 C_{30} = -0,00025	0,0083

Com a obtenção dos valores relacionadas a aplicação da carga e do deslocamento observadas a cada iteração é produzido o gráfico de força x deslocamento que pode ser comparado com aquele obtido no teste experimental, conforme a Figura 36. Da mesma forma, obtendo as leituras de tensão e deformação na amostra, produz-se o gráfico tensão x deformação verdadeira ao longo da aplicação do carregamento, conforme a Figura 37.

Esse processo permite avaliar o nível de aproximação que os modelos constitutivos e suas respectivas constantes atingiram em comparação com aqueles observados durante a aplicação do carregamento no teste experimental.

O modelo de Yeoh (N=3), além de ser um modelo menos complexo por ser formulado com base apenas no primeiro invariante, demonstrou uma aproximação satisfatória com os resultados obtidos no experimento.

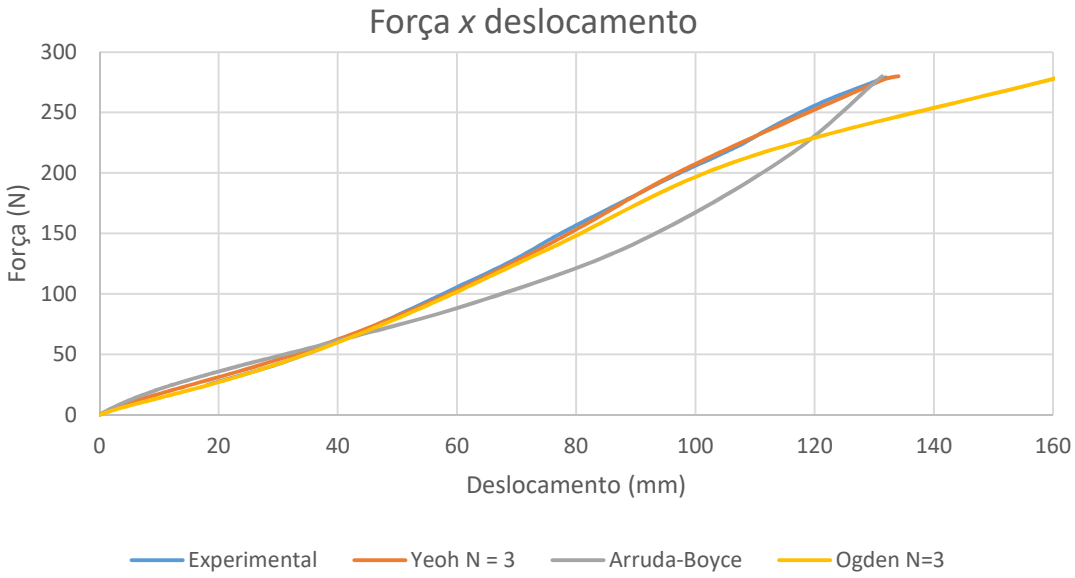


Figura 36 - Gráfico força (N) x deslocamento (mm) através de análise em MEF e no teste uniaxial experimental.

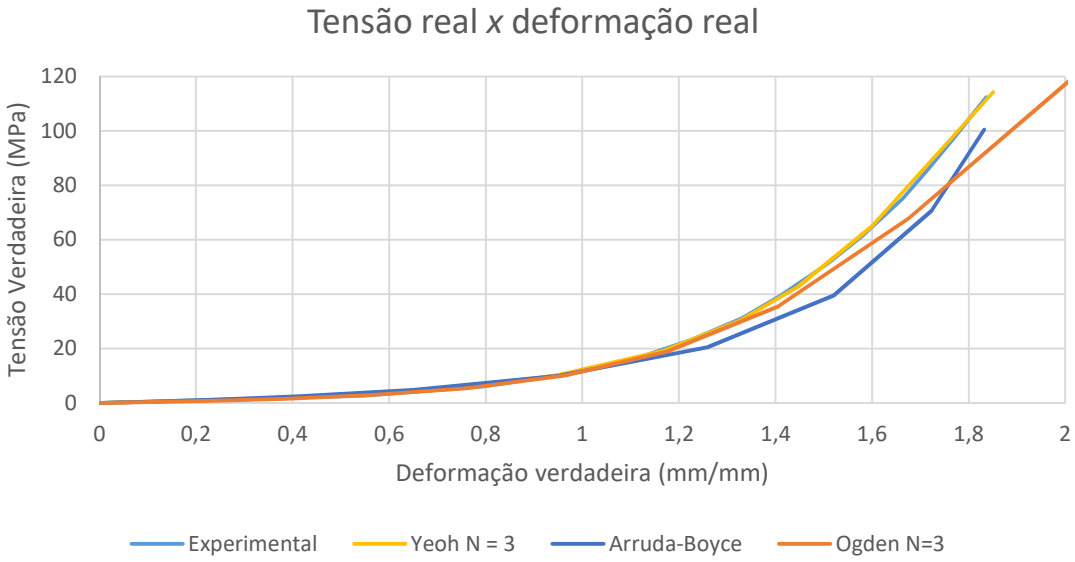


Figura 37 - Gráfico tensão (MPa) x deformação verdadeira (mm/mm) através de análise em MEF e no teste uniaxial experimental.

4.3 Compressão no AAF

4.3.1 Modelagem analítica

Para a utilização do modelo analítico, foram utilizadas as equações do item 3.5.1 desta pesquisa, ao se considerar as orientações da Norma ABNT NBR-19783 (2015). As constantes adotadas foram:

- Módulo de cisalhamento (μ): 1,034 MPa
- Módulo de elasticidade (E): 4,344 MPa
- Módulo volumétrico (k): 1124 MPa
- Coeficiente de compressibilidade (φ): 0,57

Os resultados obtidos na sequência de cálculo para obtenção dos deslocamentos após a aplicação de um carregamento de compressão num AAF encontram-se na Tabela 11 a seguir:

Tabela 11 - Resultados obtidos pelo modelo analítico de um AAF sob esforços de compressão.

Fator de forma (S)	**Módulo de compressão (E_c)**	**Módulo de compressão efetivo ($E_{c,efet}$)**	**Rigidez a compressão (K_c)**	**Deslocamento na compressão (d_c)**
28,13	164,23 MPa	163,60 MPa	236,63 GPa	6,34 mm

Considerando-se a simplicidade dos cálculos utilizados no modelo analítico ao considerar um material que tem seu comportamento mecânico afetado por diversos fatores, pode-se concluir que o resultado obtido é satisfatório, já que o deslocamento obtido nos cálculos se aproxima consideravelmente do resultado obtido no teste.

4.3.2 Modelagem em Elementos finitos

Diferentemente da simulação do teste uniaxial, na modelagem dos AAF através do MEF é razoável admitir que o resultado pode não apresentar o mesmo nível de precisão quando comparado aos resultados do teste experimental. Sabe-se que o comportamento associado a deformação de compressão da borracha está relacionado com o teste de tensão biaxial, que não foi disponibilizado para este trabalho.

Tendo já definido o tipo de elemento finito adequado para cada tipo de material, é necessário que sejam executados testes de sensibilidade da malha, de forma a definir a dimensão do elemento utilizado para que haja convergência nos resultados tendo menor esforço computacional possível. Abaixo, na Tabela 12 tem-se os resultados obtidos no teste ao se admitir o modelo de Yeoh (N=3):

Tabela 12 - Resultados do teste de refinamento de malha do AAF no teste de compressão.

Dimensão do EF (mm)	Total de EFs no modelo	Total de variáveis no modelo	Tempo de processamento (minutos)	Deslocamento (mm)	Variação
10	27945	187962	4	4,620	-
9	46250	278120	7,5	6,896	49,26%
8	**61152**	**356837**	**9,5**	**6,897**	**0,01%**
7	79872	463337	15	6,898	0,01%

Com base nos resultados do teste apresentados na Tabela 12, foi adotado o elemento de 8mm, resultando em uma malha de 61152 elementos hexaédricos, considerando a simplificação associada a simetria do AAF. O modelo gerado resultou em 140289 nós e 356837 variáveis associadas aos graus de liberdade dos elementos, as quais deverão ser processadas a cada hipótese de modelo constitutivo.

Para a modelagem das chapas de aço utilizadas na modelagem foram consideradas as seguintes constantes:

- Módulo de elasticidade (E) = 210 GPa,
- Coeficiente de Poisson (v) = 0,3
- Limite de escoamento (fyk) = 235 MPa.

Com relação ao material elastomérico, inicialmente foi adotado o modelo constitutivo de Yeoh (N=3) na simulação do AAF utilizando as constantes da Tabela 10 e a configuração conforme a Tabela 5 que relaciona a configuração da amostra utilizada no teste experimental.

Foi aplicado no ponto de referência criado no modelo um carregamento de 1500 KN de forma a comprimir verticalmente o aparelho ao longo de 2 minutos, mesmo tempo adotado no teste experimental. O processamento teve duração de 15,8 minutos; sendo observado o deslocamento máximo provocado pelo carregamento.

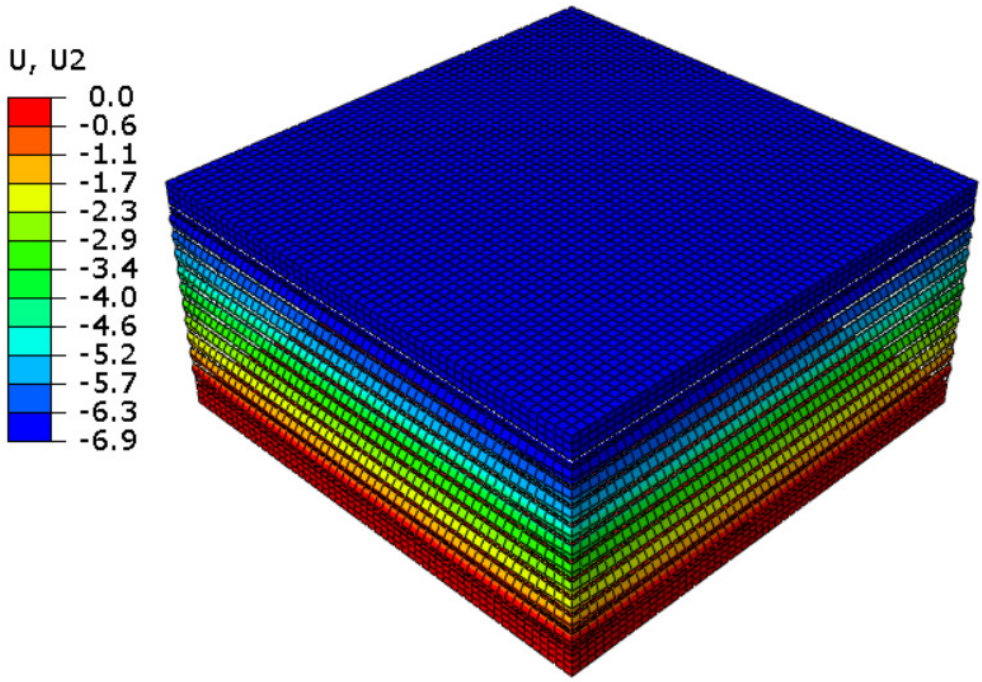


Figura 38 - Mapeamento dos deslocamentos (mm) observados na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Yeoh (N=3).

Observa-se na Figura 38 que a base rígida do AAF não apresenta deformações pois foi considerada como engastada, já a borracha cumpre sua função de impedir a transferência de deformação para a estrutura inferior quando a vinculação entre o aparelho e a estrutura considera a rigidez necessária.

A espessura das chapas de aço intercaladas pela borracha nos AAF tem relação direta com as tensões internas observadas no aparelho, tais tensões são mais intensas na parte central do aparelho, assim, para ilustrar a distribuição das tensões, foi adotada a visualização da seção central conforme Figura 39.

Verifica-se que a distribuição das tensões equivalentes de von Mises são mais acentuadas nas chapas de aço do aparelho, sendo que nas camadas de borracha as tensões são significativamente menores, o que comprova a efetividade da associação entre aço e borracha em aparelhos sob maiores solicitações de carregamento.

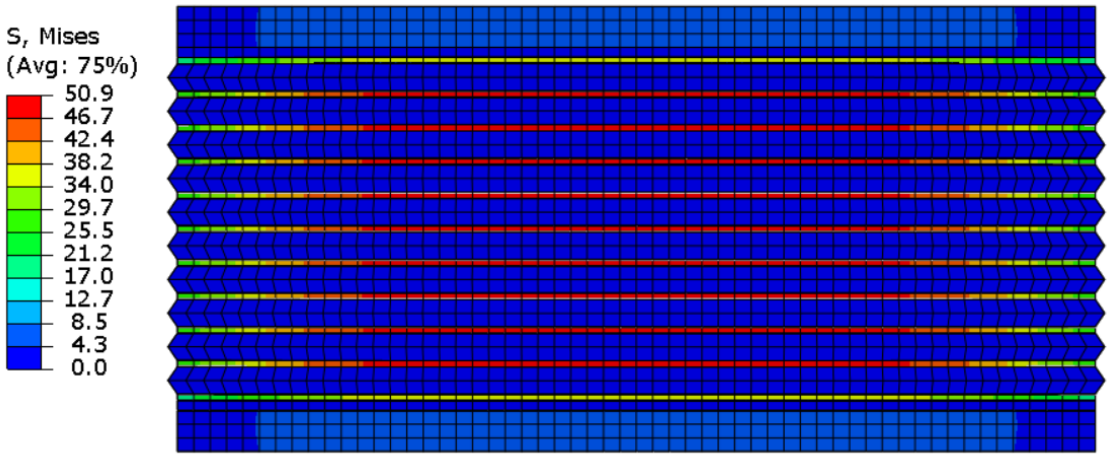


Figura 39 – Mapeamento das tensões (MPa) observadas na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Yeoh (N=3).

Em uma segunda situação pelo MEF, foi realizada a modelagem do AAF utilizando o modelo micromecânico de Arruda-Boyce. Conforme relatado no Capitulo 2, tal modelo é utilizado quando existe limitação de dados experimentais de avaliação do material, como é o caso deste estudo. O tempo de processamento nesse modelo foi 12% maior que o apresentado no modelo de Yeoh chegando a 17,6 minutos, os deslocamentos e tensões máximas podem ser observadas nas Figuras 40 e 41.

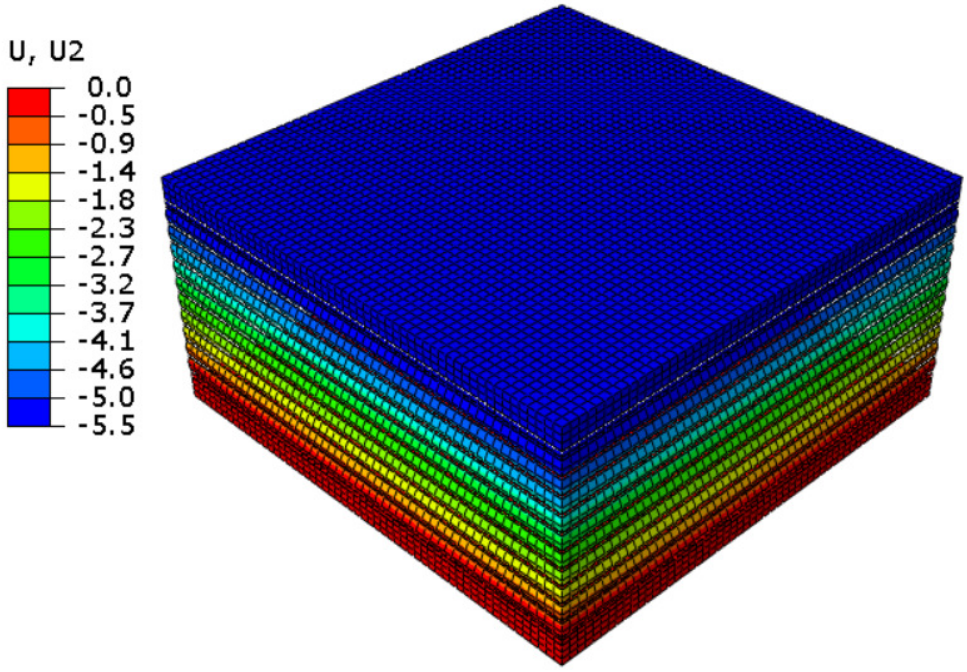


Figura 40 - Mapeamento dos deslocamentos (mm) observados na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Arruda-Boyce.

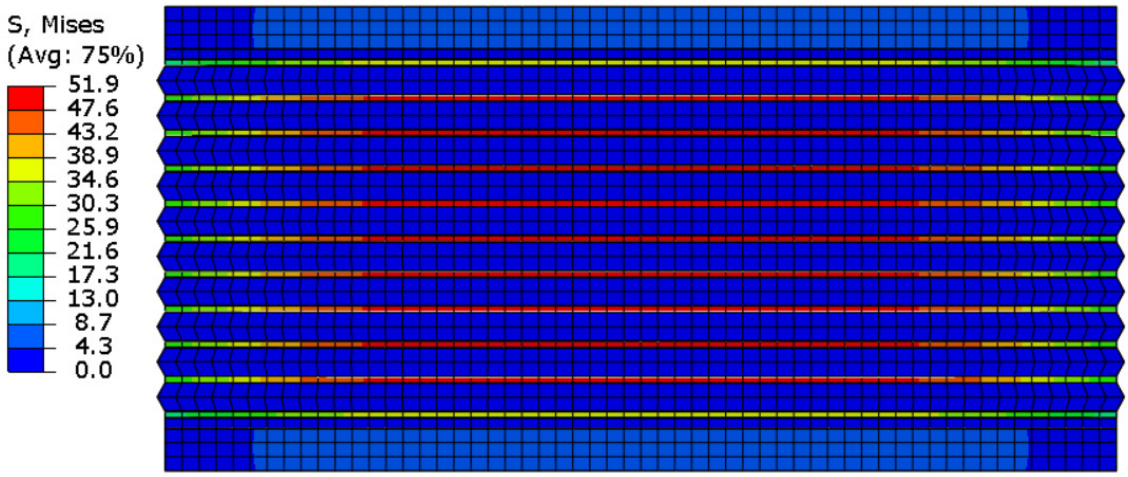


Figura 41 - Mapeamento das tensões (MPa) observadas na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Arruda Boyce.

Comparando-se os resultados obtidos nas simulações verifica-se que o modelo de Yeoh apresentou menor variação quando comparado ao teste experimental. Outra vantagem apresentada pelo modelo de Yeoh é que o mesmo exige menos esforço computacional com relação ao modelo de Arruda-Boyce. As respostas obtidas nas simulações foram razoáveis tanto na simulação do teste uniaxial como no teste de compressão do AAF para ambos os modelos.

O terceiro modelo constitutivo selecionado para realizar a simulação em EF é o modelo de Ogden com N=3. Trata-se de um modelo fenomenológico, assim como o modelo de Yeoh, porém se diferencia deste por considerar em seu equacionamento os estiramentos principais e não os invariantes. A análise com o modelo teve duração de 16 minutos, semelhante ao observado no modelo de Yeoh. Os resultados obtidos associados a deslocamentos e tensões estão disponíveis nas Figuras 42 e 43, respectivamente.

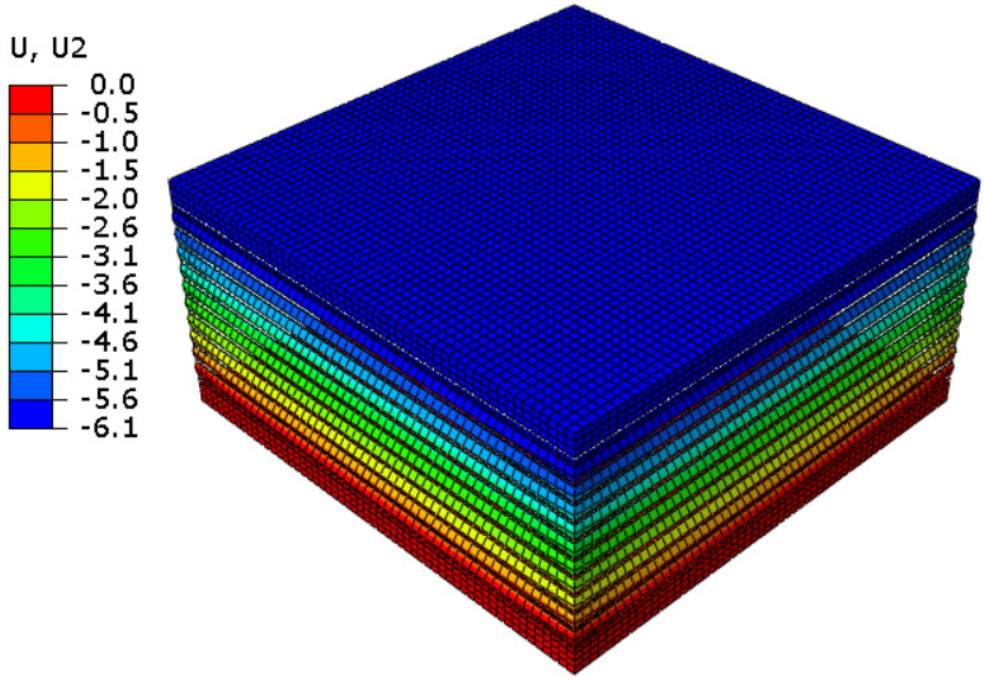


Figura 42 - Mapeamento dos deslocamentos (mm) observados na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Ogden (N=3).

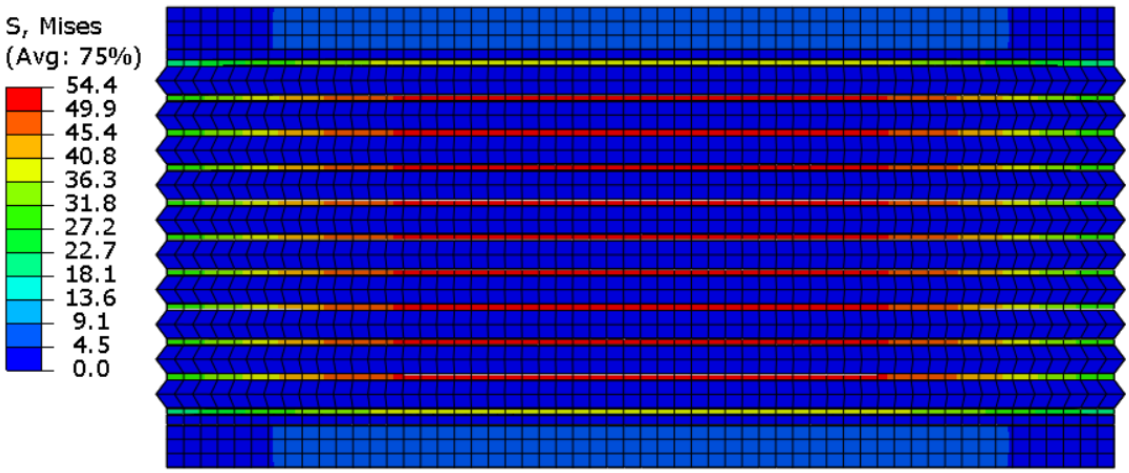


Figura 43 - Mapeamento das tensões (MPa) observadas na simulação de compressão do AAF adotando-se o modelo Ogden (N=3).

A Tabela 13 apresenta um resumo das deformações máximas obtidas no teste experimental, na modelagem analítica e na modelagem em EF considerando cada um dos três modelos constitutivos. Na terceira coluna da tabela encontra-se a variação do resultado de cada modelo com relação a resposta obtida experimentalmente.

Tabela 13 – Deslocamentos (mm) obtidos no teste de compressão.

Tipo	Deslocamento (mm)	Variação
Modelo experimental	6,64	-
Modelo analítico (μ = 1,034 MPa)	6,34	- 4,53 %
Modelo em elementos finitos (Yeoh N=3)	6,90	3,87%
Modelo em elementos finitos (Arruda Boyce)	5,49	- 17,32 %
Modelo em elementos finitos (Ogden)	6,14	-7,53%

Observa-se que, dentre os quatro modelos avaliados, o modelo constitutivo de Yeoh executado em EF obteve a resposta com menor variação quando associada a resposta experimental. Ressalta-se que o modelo de Yeoh também se mostrou mais adequado na etapa de simulação do teste uniaxial, além de apresentar o menor tempo de processamento.

4.4 Cisalhamento no AAF

4.4.1 Modelagem analítica

Para o caso da análise de cisalhamento, considerando-se o mesmo material e as mesmas considerações associadas as recomendações normativas, através da equação (3.16), assume-se que o módulo de cisalhamento dos aparelhos de apoio (μ) conforme Tabela 7 é de 1,034 MPa. Assim, ao se considerar um deslocamento horizontal inicial de 60mm no AAF, a modelagem analítica resulta em um esforço da ordem de 2181,09 kgf.

Comparando o resultado com o esforço de 2254 kgf obtido no experimento, observa-se que o resultado obtido analiticamente também é satisfatório, aproximando-se consideravelmente do resultado obtido no teste experimental de cisalhamento.

4.4.2 Modelagem em Elementos Finitos

Para o teste de cisalhamento, foram necessárias duas fases de carregamento, onde deslocamentos inicias foram impostos para avaliação do esforço associado a tal deslocamento. Foram adotadas as mesmas condições de contorno consideradas na modelagem do teste de compressão, tais como as condições de contorno da base e do topo do aparelho e a inserção do ponto de referência para a aplicação dos carregamentos.

Para o teste da malha foi adotado um carregamento de compressão inicial de 200 kN, considerando as constantes do modelo constitutivo de Yeoh e considerando apenas uma amostra do protótipo do teste de cisalhamento, a fim de observar os deslocamentos resultantes ao final das simulações, até atingir variações inferiores a 5% entre os resultados das malhas testadas.

Tabela 14 - Resultados do teste de refinamento de malha do AAF no teste de cisalhamento.

Dimensão do EF (mm)	**Total de EFs no modelo**	**Total de variáveis no modelo**	**Tempo de processamento (minutos)**	**Deslocamento (mm)**	**Variação**
5	9450	56586	1	2,90	
3	38750	199016	5,5	3,11	11,11%
2	**136800**	**614010**	**38,5**	**3,2**	**3,12%**
1,5	280000	1211716	159	3,29	2,59%

Com base nos resultados apresentados na Tabela 14, foi adotada uma malha com elementos de 2mm, dessa forma o modelo a ser processado possui 136800 elementos hexaédricos, totalizando 243505 nós e 614010 variáveis.

No primeiro *step* da simulação foi aplicado um deslocamento inicial de 3mm, esta etapa corresponde a fase de pré-compressão do aparelho na máquina de testes, o que proporciona maior estabilidade na amostra antes do teste de cisalhamento. A Figura 44 representa o mapeamento dos deslocamentos ao longo da amostra, demostrando sua distribuição ao longo de sua altura de maneira similar ao teste de compressão demonstrado anteriormente.

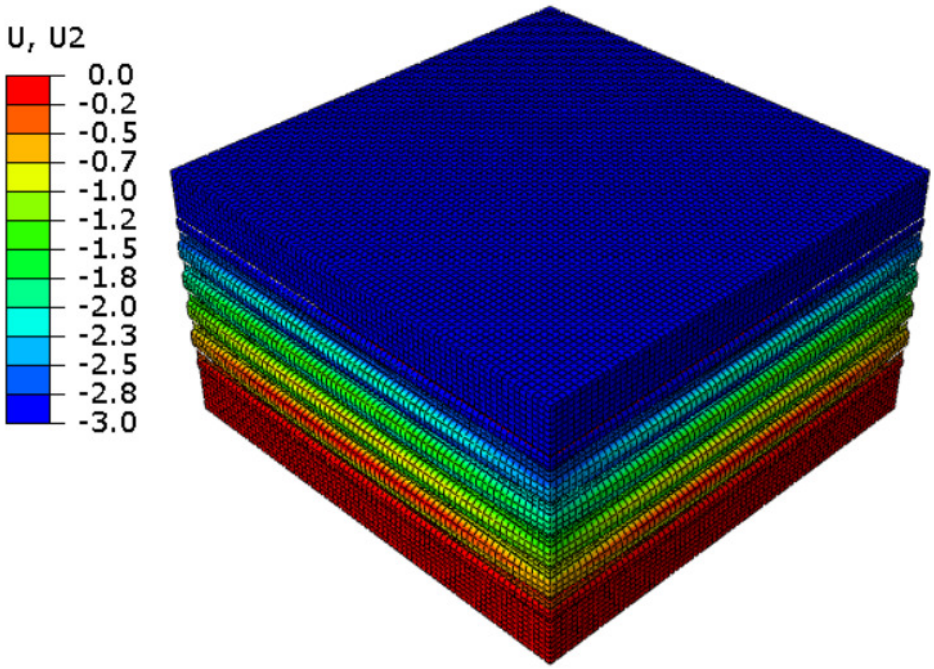


Figura 44 - Etapa de pré-compressão (mm) anterior ao teste de cisalhamento.

Na sequência as Figuras 45, 46 e 47 fornecem o mapeamento de tensões observadas ao se considerar os modelos constitutivos de Yeoh, Arruda-Boyce e Ogden respectivamente, através da utilização das constantes apresentadas na Tabela 10. Observa-se que, sob condições idênticas associadas a geometria e aplicação de deslocamentos iniciais, as tensões máximas apresentam resultados distintos, chegando a uma variação próxima a 27% quando comparados os modelos de Yeoh e Arruda-Boyce, por exemplo.

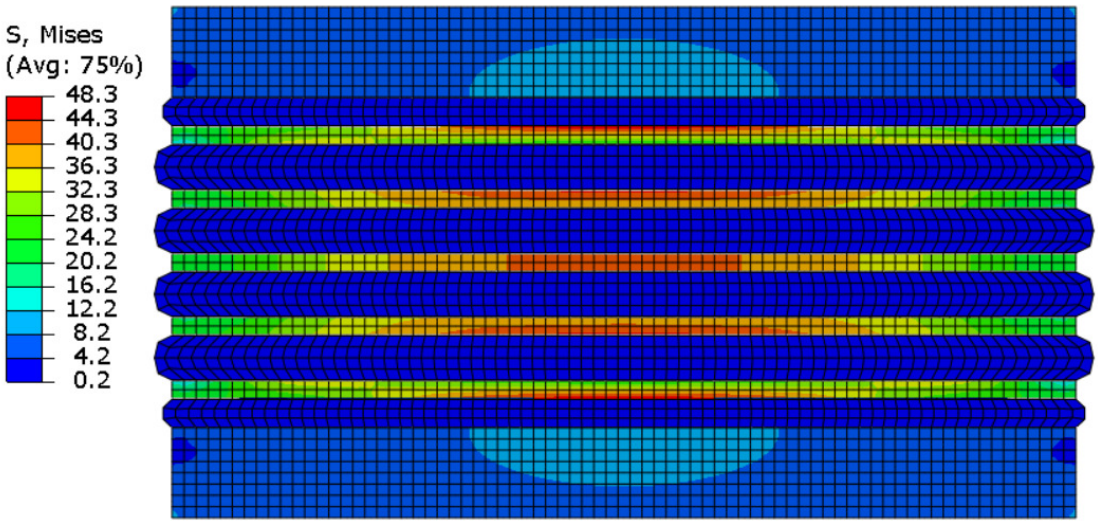


Figura 45 - Mapeamento das tensões internas (MPa) pelo modelo de Yeoh após aplicação da pré-compressão.

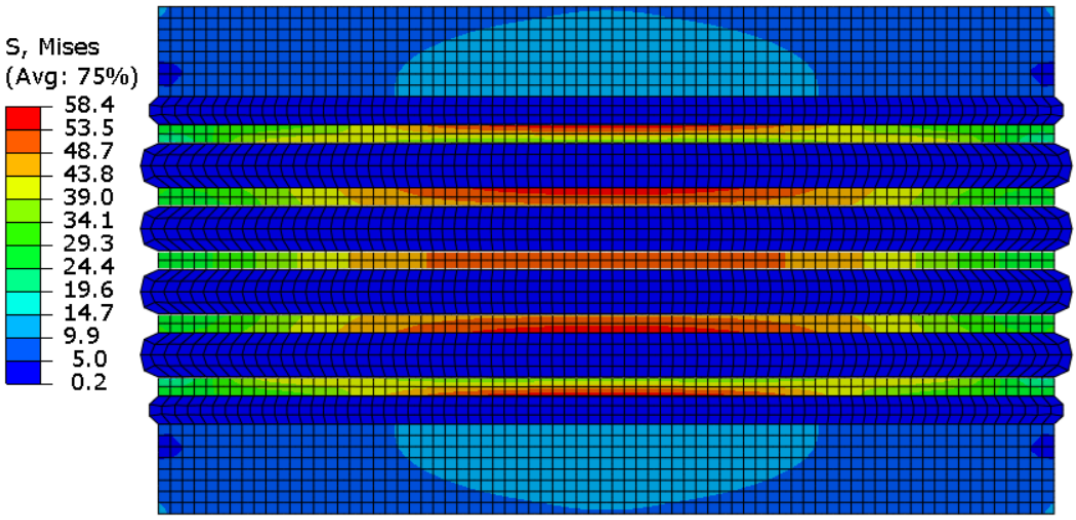


Figura 46 - Mapeamento das tensões internas (MPa) pelo modelo de Arruda-Boyce após aplicação da pré-compressão.

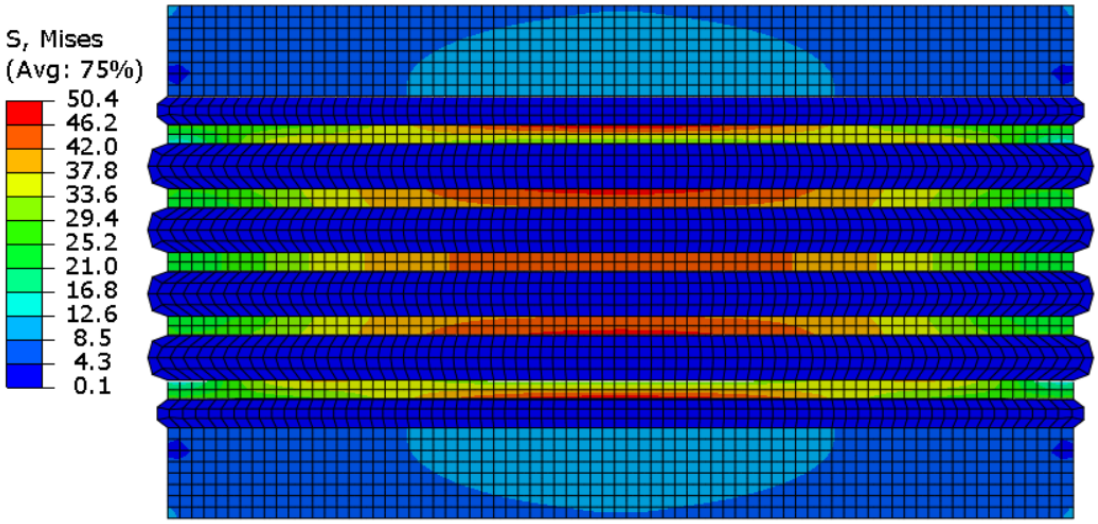


Figura 47 - Mapeamento das tensões internas (MPa) pelo modelo de Ogden após aplicação da pré-compressão.

Ao final do processamento do primeiro *step* foram obtidos os esforços associados aos deslocamentos impostos na fase de pré-compressão da amostra. A Tabela 15 apresenta os resultados e a variação dos mesmos em comparação com o teste experimental. Com os resultados desse *step* é possível verificar que o modelo de Yeoh para esta simulação também apresenta resultados próximos àqueles obtidos experimentalmente.

Tabela 15 – Carregamentos (kgf) associados a fase de pré-compressão na simulação de cisalhamento.

Tipo	Carregamento (kgf)	Variação
Modelo experimental	9375	-
Modelo analítico (μ = 1,034 MPa)	10587,41	12,93%
Modelo em elementos finitos (Yeoh N=3)	9346	- 0,31%
Modelo em elementos finitos (Arruda Boyce)	11695	24,75 %
Modelo em elementos finitos (Ogden)	9928	5,90%

O segundo *step* da simulação consiste na aplicação de um deslocamento horizontal de 60mm, conforme representado na Figura 48.

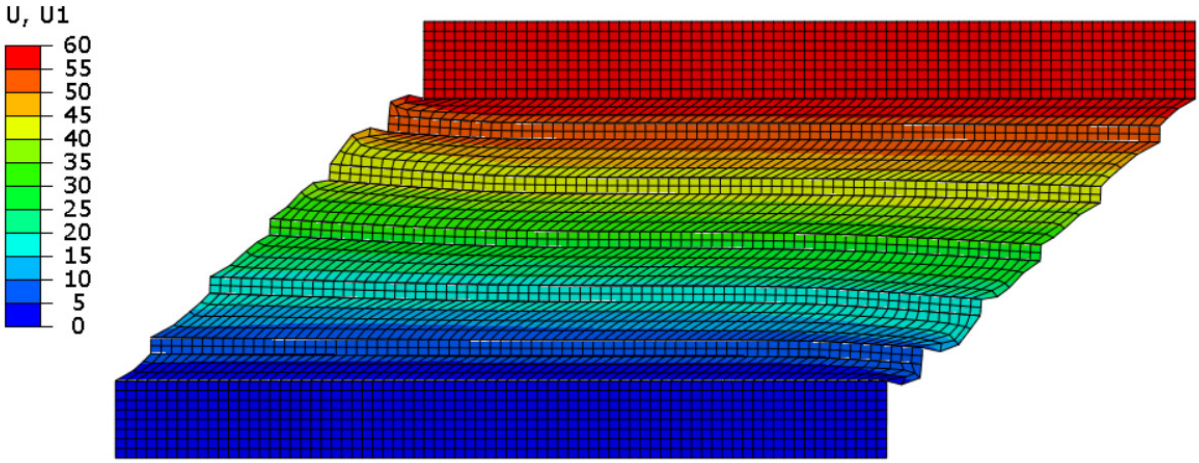


Figura 48 - Etapa de deslocamento horizontal (mm) para o teste de cisalhamento.

Os esforços máximos obtidos ao final da aplicação do deslocamento podem ser verificados na Tabela 16, assim como a faixa de variação quando tais resultados são comparados aos obtidos no teste experimental.

Tabela 16 – Carregamentos (kgf) associados a fase de deslocamento horizontal na simulação de cisalhamento.

Tipo	Força (kgf)	Variação
Modelo experimental	2254	-
Modelo analítico (μ = 1,034 MPa)	2181,09	- 3,24 %
Modelo em elementos finitos (Yeoh N=3)	2148,09	- 4,70 %
Modelo em elementos finitos (Arruda Boyce)	2346,01	4,08 %
Modelo em elementos finitos (Ogden)	2004,07	-11,09 %

O resultado apresentado reforça a diversidade de resposta apresentada em cada modelo constitutivo, onde a convergência dos resultados difere a cada estado de deformação do material. O modelo de Yeoh apresentou bons resultados nas simulações de compressão e, apesar de apresentar uma variação considerável no teste de cisalhamento, ainda consegue representar de maneira satisfatória o comportamento do material quando submetido a esforços de cisalhamento.

O modelo de Arruda-Boyce consegue maior aproximação do resultado observado no teste experimental de cisalhamento, diferentemente do que ocorre na simulação de compressão, onde esse modelo obteve as maiores variações. O modelo de Ogden teve variações consideráveis em todos os casos.

Com relação ao tempo de processamento nas simulações, para o modelo de Yeoh chegou a 316 minutos, já o modelo de Ogden apresentou duração 5% maior, com 333 minutos. O modelo de Arruda-Boyce apresentou maior esforço computacional, com 501 minutos de processamento, tempo 59% superior em relação ao modelo de Yeoh.

A Figura 49 representa as respostas relacionadas ao esforço produzido pelo deslocamento que é aplicado gradativamente, onde é possível notar que ao longo da simulação ocorre uma aproximação maior nas respostas. Quando o deslocamento atinge por volta de 25mm, o modelo Arruda-Boyce tem a menor variação quando comparado aos resultados experimentais e também aos resultados apresentados no modelo analítico. Após esse ponto de interseção, as respostas voltam a apresentar variações entre si. O modelo de Yeoh, por sua vez, apresentou boa variação durante boa parte da simulação, passando a apresentar maior aproximação ao final da simulação, quando ocorre o maior deslocamento horizontal da peça.

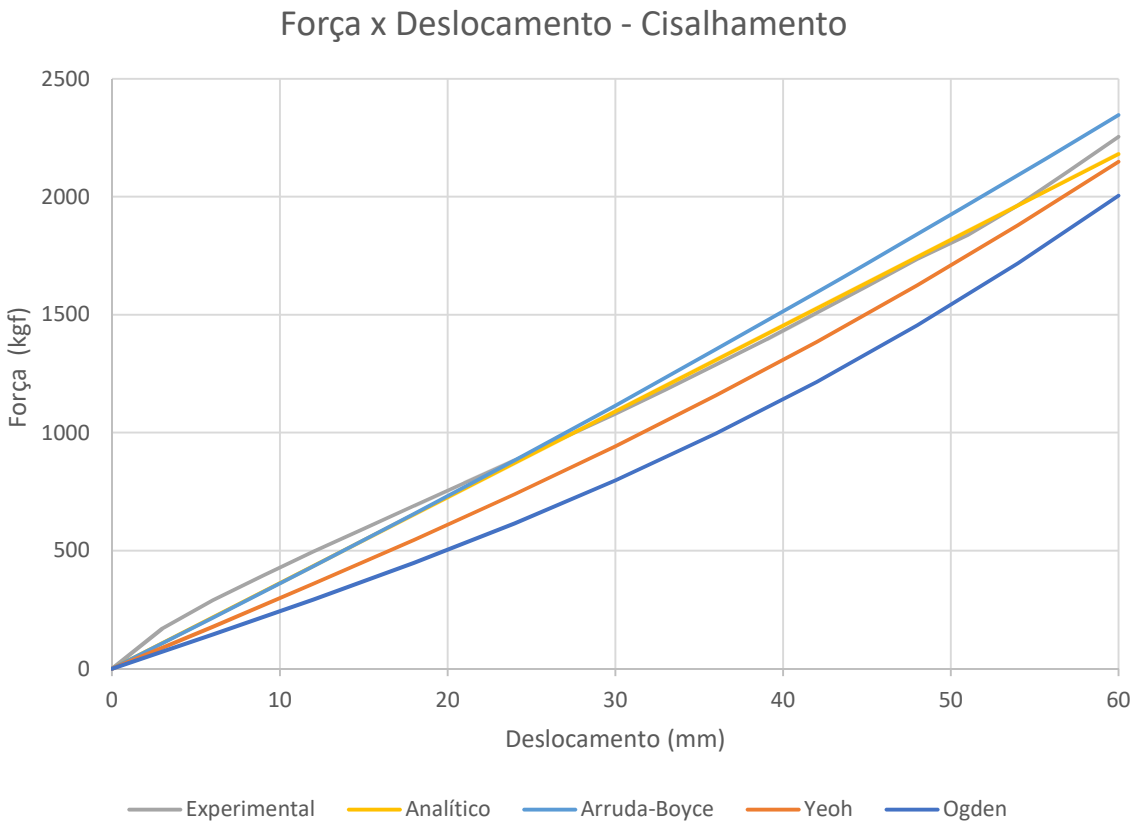


Figura 49 - Gráfico de força (kgf) x deslocamento (mm) ao longo do teste de cisalhamento do AAF.

Quanto à distribuição de tensões internas observadas no segundo *step*, observa-se que quando o deslocamento se aproxima de 40mm, o aço atinge seu limite de escoamento (250 MPa), com pequenas variações desse limite de modelo a modelo. Nesse caso as tensões se concentram em regiões específicas das chapas como pode ser observado na Figura 50 que demonstra a resposta obtida com o modelo Yeoh.

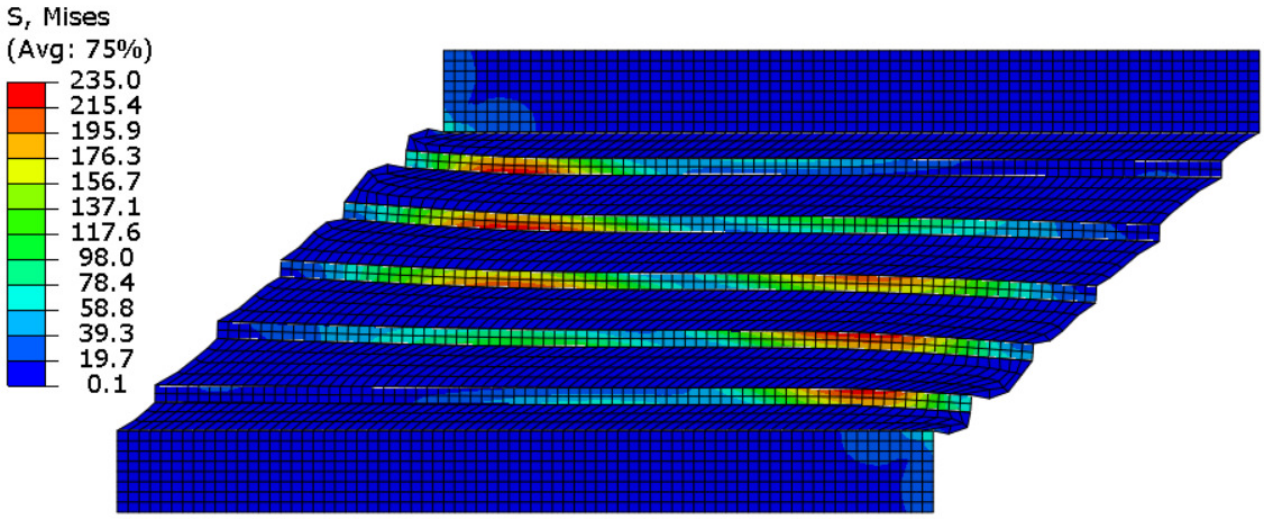


Figura 50 - Mapeamento das tensões internas (MPa) pelo modelo de Yeoh após aplicação do deslocamento horizontal.

Considerando que esse estudo trata do comportamento da borracha, optou-se por avaliar o comportamento de tensões e deformações desse material em cada um dos modelos constitutivos testados. Tal análise iniciou-se pela seleção de um elemento finito que apresenta grandes deformações ao longo do teste e na obtenção de respostas apresentadas ao longo do mesmo, resultando em um gráfico tensão x deformação. A Figura 51 destaca o elemento finito selecionado com perímetro destacado em vermelho, sendo que a vista de corte do AAF encontra-se na parte central do modelo.

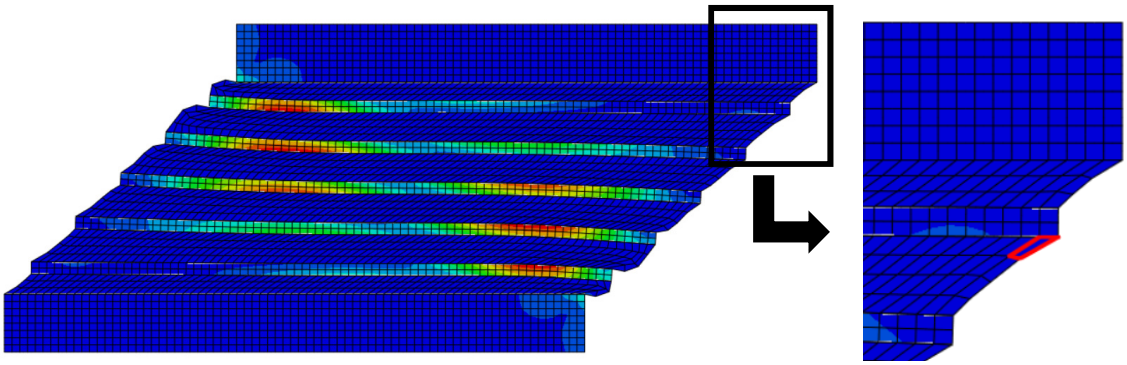


Figura 51 - Seleção do elemento finito a ser estudado na análise de tensão x deformação da borracha.

Os resultados obtidos para os três modelos ao longo dos dois *steps* da simulação encontram-se na Figura 52. A fase onde as deformações regridem (próximo a deformação 0,5 para todos os

modelos) corresponde à fase onde termina o *step* de compressão e inicia-se o *step* de cisalhamento na peça.

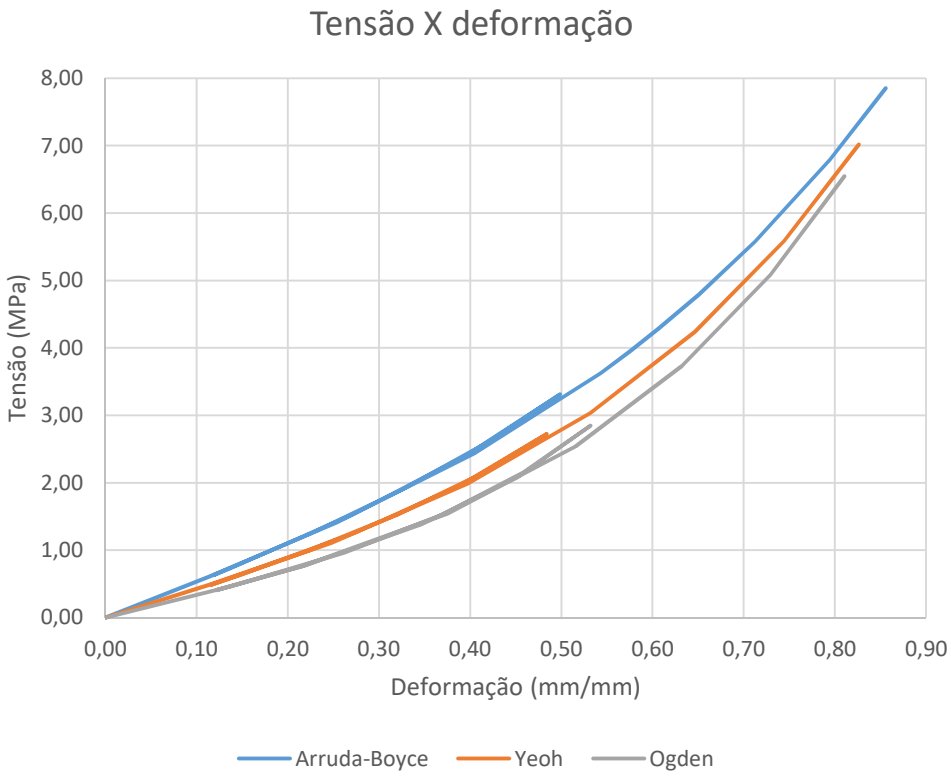


Figura 52 - Gráfico tensão (MPa) x deformação (mm/mm) obtida na simulação de cisalhamento.

Observa-se a aproximação de resposta entre os modelos, onde, ao final da simulação, o modelo de Arruda-Boyce atinge uma tensão equivalente de 7,85 MPa com deformação de 86%, o modelo de Yeoh chega a uma tensão de 7,02 MPa com uma deformação de 83%, já o modelo de Ogden resulta em uma tensão de 6,55 MPa e deformação de 81%. A maior divergência nos resultados nesse ponto é entre os modelos de Arruda-Boyce e Ogden, com variação aproximada de 17% nas tensões e 6% nas deformações.

4.5 Estudo de caso

Após validada a aplicação do modelo de Yeoh (N=3) em simulações de AAF apresentando resultados satisfatórios para a compressão e cisalhamento, este será o único modelo constitutivo adotado na simulação do estudo de caso. A primeira fase é constituída da análise de refinamento da malha utilizada. Foram adotadas 4 possibilidades de malha avaliando a resposta a cada simulação em relação ao deslocamento produzido pelo carregamento e o tempo de processamento.

Com o intuito de reduzir o custo computacional nessa etapa, foi considerado apenas o carregamento vertical do projeto e a geometria de meio-modelo, dessa forma o tempo de processamento na fase de simulação completa tende a ser consideravelmente superior ao observado nessa fase preliminar.

Tabela 17 - Teste de refinamento de malha no AAF do estudo de caso.

Dimensão do EF (mm)	Total de EFs no modelo	Total de variáveis no modelo	Tempo de processamento (minutos)	Deslocamento (mm)	Variação
15	14280	102008	1,5	4,507	
10	34500	229116	4,5	4,587	1,78 %
7	**102168**	**586869**	**30,5**	**5,857**	**27,69%**
5	210000	1163247	119	5,859	0,03%

Conforme observado na Tabela 17, ao reduzir a malha de 15 para 10mm, a variação foi mínima, porém a adoção dessa malha levaria a um grande erro nos resultados, como fica comprovado ao reduzir a malha para 7mm. Já ao se reduzir a malha para 5mm o tempo de processamento aumenta consideravelmente, e a resposta possui uma variação muito pequena. Como a simulação do estudo de caso será feita com o modelo completo, é razoável optar pela malha de 7mm já que o número de elementos será ao menos o dobro no modelo completo e, portanto, o tempo de processamento será consideravelmente maior.

Definida a malha, o modelo a ser trabalhado passa a ser o modelo completo onde, num primeiro *step* da simulação é considerado o carregamento permanente que corresponde ao peso da estrutura assim como as cargas previstas dos veículos que trafegarão no viaduto. Essa fase é similar à etapa de pré-compressão no teste de cisalhamento.

Após o carregamento inicial, é inserido um segundo *step* para o carregamento longitudinal e um terceiro *step* para o carregamento transversal sendo que cada fase se sobrepõe a fase anterior, tendo ao final a atuação dos três esforços no aparelho. A carga longitudinal é referente aos esforços associados aos efeitos da frenagem dos veículos e da dilatação térmica nos materiais, enquanto a carga transversal corresponde a esforços associados aos efeitos do vento na estrutura.

O modelo completo do AAF simulado é composto de 201498 elementos finitos e 448165 nós, totalizando 1143474 variáveis a serem processadas pelo software. O processamento total teve uma duração de 600 minutos, resultando em um deslocamento vertical de 5,87 mm após a aplicação do carregamento associado ás cargas permanentes. Nessa fase ocorre uma tensão máxima na borracha de 1,99 MPa e no aço de 50,472 MPa, conforme Figura 53.

Ao final do segundo *step*, com a adição dos carregamentos longitudinais, a peça apresenta um deslocamento de 10,36 mm na direção z, com tensão equivalente máxima na borracha de 2,86 MPa e no aço de 50,576 MPa, conforme Figura 54. Após o terceiro *step,* com a adição do carregamento transversal, ocorre um deslocamento na direção x de 8,43mm, sendo que a tensão máxima na borracha atinge 2,57 MPa e no aço 50,654 MPa como representado na Figura 55.

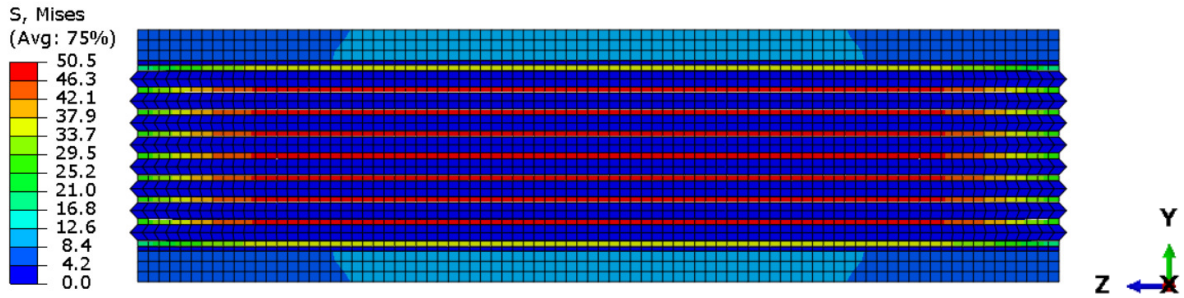


Figura 53 - Mapeamento das tensões (MPa) no AAF usado no viaduto, considerando as cargas permanentes.

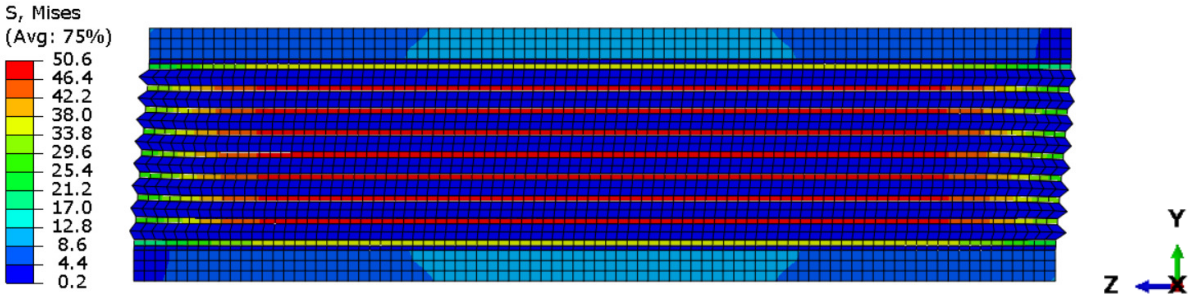


Figura 54 - Mapeamento das tensões (MPa) no AAF do viaduto após aplicação do carregamento longitudinal.

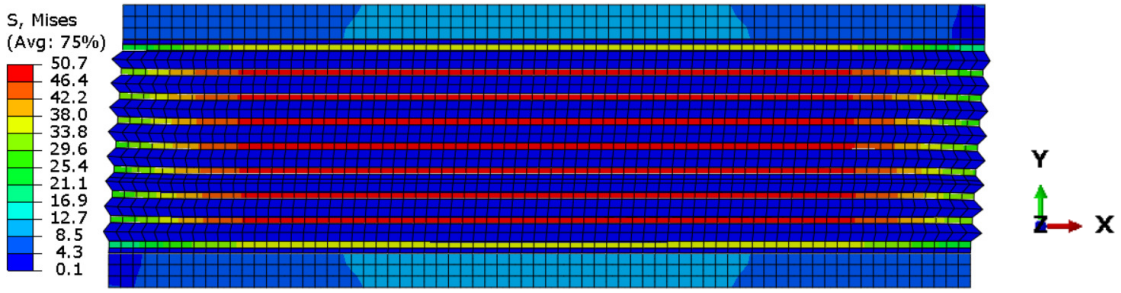


Figura 55 - Mapeamento das tensões (MPa) no AAF do viaduto após aplicação do carregamento transversal.

Observa-se no resultado a relação entre a superfície de contato do AAF e a magnitude dos esforços de compressão, admitindo que a Euronorma EN 1337-3 (2005) limita a tensão máxima de compressão relacionando-a com a largura do aparelho. No documento, um aparelho com largura até 150 mm pode ser solicitado por tensões de compressão na superfície do aparelho de até 8 MPa, já em aparelhos com larguras iguais ou superiores a 300 mm esse limite passa para 15 MPa. A tensão de compressão associada à carga vertical e área de contato do aparelho é de 11,77 MPa; valor inferior ao limite prescrito para o estudo de caso analisado. A relação entre largura e tensões máximas de compressão é o que orienta os projetistas na fase de definição das dimensões do aparelho.

Como demonstrado no trabalho de Gajewski et al. (2015), a EN 1337-3 (2005) também orienta uma limitação de tensões nas chapas de aço sob compressão de 33% do limite de escoamento. Na simulação foi obtida uma relação máxima de 22%, não atingindo o limite prescrito.

Na norma brasileira ABNT NBR 9067 (2017) consta o limite para deslocamentos associados aos carregamentos verticais e horizontais aplicados em AAFs. Com relação aos deslocamentos verticais, admitindo a soma da espessura de todas as parcelas de borracha como 94mm, a carga aplicada verticalmente resulta em um deslocamento que corresponde a 6,25% desse valor, sendo que o limite na norma é de 15%. A carga longitudinal resultou em um deslocamento de 11%, já a carga transversal atingiu 9%, ambos admitindo a altura do elastômero como referência, sendo que o limite orientado pela norma é de 50% para ambos os deslocamentos.

5

CONCLUSÕES

Os materiais elastoméricos, ou simplesmente as borrachas, se destacam por sua diversidade de aplicação, sendo atualmente o material mais utilizado para compor os aparelhos de apoio de pontes e viadutos. A associação da borracha com chapas de aço amplia o potencial de carregamento do aparelho, fazendo com que essa solução seja a mais difundida no mercado.

Para o desenvolvimento de uma modelagem numérica capaz de representar o comportamento de um AAF quando o mesmo é utilizado em tais estruturas, é necessário o estudo do comportamento do material elastomérico, avaliando respostas obtidas experimentalmente. Dentre os testes possíveis para tal estudo, o único que possui normatização sendo facilmente executado é o teste de tração uniaxial, já o teste biaxial e o teste planar são pouco difundidos e ainda carecem de normatização e pesquisas de desenvolvimento de metodologias que os tornem viáveis.

Com base nos resultados obtidos no teste experimental, foi possível utilizar o MEF para o procedimento de ajuste de curvas com o intuito de correlacionar o comportamento obtido ao longo do teste, com aquele associado a cada modelo constitutivo clássico disponível na bibliografia. Foi possível também validar cada modelo através da simulação do teste uniaxial em elementos finitos, onde os modelos pré-selecionados no ajuste de curvas foram aplicados com suas respectivas constantes, obtendo gráficos de tensão x deformação de cada modelo pré-selecionado e comparando-os com o gráfico obtido experimentalmente.

O tipo de elemento finito, refinamento da malha e formulações adotadas para a modelagem dos AAF passaram por uma seleção cuidadosa para evitar erros no processamento e divergência nos resultados. A integração reduzida foi adotada para a parcela de aço dos aparelhos, de forma a evitar o travamento associado a rigidez excessiva, já as camadas de borracha foram representadas por elementos híbridos para evitar o travamento associado a incompressibilidade do material, que é considerado como quase incompressível (Poisson $\approx 0{,}5$).

Resultados de testes em dois protótipos do AAF foram utilizados como referência para validar a metodologia, onde os modelos hiperelásticos de Arruda-Boyce, Yeoh (N=3) e Ogden (N=3) associados as suas respectivas constantes, foram implementados através do software Abaqus®. O modelo de Yeoh apresentou variações inferiores a 5% nos resultados, sendo que o modelo de Arruda-Boyce alcançou resultados com variações de até 24,75% e o de Ogden alcançando 11,09% nas maiores variações. O modelo analítico utilizado atingiu uma variação máxima de 12,93%. Dessa maneira, o modelo de Yeoh foi o mais assertivo dentre todas as opções avaliadas, destacando-se também por apresentar menor tempo de processamento em todas as análises.

Pode-se concluir que a complexidade do material dificulta a precisão nos resultados envolvendo desde os testes experimentais até as simulações computacionais, já que o material de um mesmo lote de fabricação pode apresentar variações nos resultados experimentais, como demonstrado nos relatórios emitidos no teste uniaxial utilizado na pesquisa. A utilização do MEF traz contribuições associadas a análise de tensões e deformações observadas no material, possibilitando a identificação de possíveis falhas associadas a limites de deformação do material. O uso do método apresenta resultados com aproximações mais assertivas que o modelo analítico, porém é importante a utilização de uma fase preliminar de escolha do modelo constitutivo, baseando-se no comportamento observado em testes experimentais da borracha.

Para trabalhos futuros, sugere-se o estudo de novos métodos para obtenção das constantes associadas aos modelos constitutivos, buscando menores variações desde a fase de ajuste de curvas do material. Nessa fase, se faz importante a utilização de resultados de testes experimentais que contemplem os demais estados de deformação pura, assim como a execução do teste volumétrico para a determinação do coeficiente de Poisson de forma experimental. Para a fase de aplicação da metodologia em estudos de caso, novos trabalhos poderão contemplar a análise com cargas dinâmicas associadas ao tráfego de veículos, que neste estudo foram consideradas como carregamentos estáticos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM D2240/2015. *Standard Test Method for Rubber Property - Durometer Hardness*. ASTM International. West Conshohocken, PA, 2015

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. ASTM D412/2016. *Standard Test Methods for Vulcanized Rubber and Thermoplastic Elastomers – Tension*. ASTM International. West Conshohocken, PA, 2016

ANSYS. *Ansys Training Manual: Advanced Structural Nonlinearities*. Setembro, 2001.

ARRUDA, E.M.; BOYCE, M.C. *A three-dimensional constitutive model for the large stretch behavior of rubber elastic materials*. Journal of Mechanics and Physics of Solids, v. 41, p. 389–412, 1993.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 19783/2015 – *Aparelhos de apoio de elastômero fretado – Especificação e métodos de ensaio*. Rio de Janeiro: ABNT, 2015.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. ABNT NBR 9062/2017 - *Projeto e execução de estruturas de concreto pré-moldado*. Rio de Janeiro: ABNT, 2017.

BECHIR, H.; CHEVALIER, L.; CHAOUCHE, M.; BOUFALA, K. *Hyperelastic constitutive model for rubber-like materials based on the first Seth strain measures invariant*. European Journal of Mechanics A/solids, vol. 25, pp. 110-124. 2005

BILLMEYER, F. W. *Textbook of Polymer Science*. John Wiley & Sons, Inc., 1971.

BRITISH STANDART. BS 5400/1983 – *Part 9: Bridge bearings.* 1983

CANTOURNET, S.; DESMORAT, R.; BESSON, J. *Mullins effect and cyclic stress softening of filled elastomers by internal sliding and friction thermodynamics model*. . International Journal of Solids and Structures, v. 46, p. 2255–2264, 2009.

CHEN, W.F; DUAN, L. *Bridge engineering handbook*. CRC Press, USA, 2000.

CORDEIRO, J.G.P. *Aparelhos de apoio em pontes: vida útil e procedimentos de substituição*. Dissertação de mestrado - Instituto Superior de Engenharia de Lisboa. Lisboa, 2014.

CRISFIELD,M.A. *Non-linear finite element analysis of solids and structures – Volume 2: Advanced topics*. John Wiley & Sons, Chichester, 2000.

DIAS, F.T.; CRUZ, J. P.; VALENTE, R. A. F.; SOUSA, R.J.A. *Método dos elementos finitos – Técnicas de simulação numérica em engenharia*. ETEP – Edições técnicas e profissionais, Lisboa, 2010.

EL DEBS, M.K.; TAKEYA, T. *Introdução às pontes de concreto*. Texto provisório de apoio à disciplina de pontes. SET 412. (Apostila). São Carlos. 2010.

EUROPEAN STANDART. EN 1337/2005. *Structural bearings – Part 3: Elastomeric bearings*. Bucharest, (2005).

GAJEWSKI, M., SZCZERBA, R. e JEMIOLO, S. *Modelling of elastomeric bearings with application of Yeoh hyperelastic material model*. Procedia Engineering, p. 111, 220–227. 2015

GENT, A. N. *Engineering with rubber: how to design rubber components*. 3nd ed. Alan N. Gent - Ohio, USA, 2012.

HORGAN, C. O. e SACCOMANDI, G. *A new constitutive theory for fiber reinforced incompressible nonlinearly elastic solids*. Journal of the Mechanics and Physics of Solids 53, pp. 1985-2015, 2005.

JAKEL, R. *Analysis of Hyperelastic Materials with Mechanica – Theory and Application Examples*. Em: 2° SAXSIM, Chemnitz University of Technology, April, 2010.

KINLOCH, A. J.; YOUNG, R. J. *Fracture behavior of polymers*. London: Springer Science & Business Media, 1995. 496 páginas.

LALO, D. F.; GRECO, M. *Rubber bushing hyperelastic behavior based on shore hardness and uniaxial extension*. In: 24th ABCM International Congress of Mechanical Engineering, 2017, Curitiba. Anais do COBEM 2017, 2017.

LALO, D.F.; GRECO, M.; MERONIUC, M. *Numerical modeling and experimental characterization of carbon-black filled rubber models under viscoelastic effects through bulge test implementation for biaxial training.* Mathematical Problems in Engineering, v.19, 2019.

MAL, A. K.; SINGH, S. J. *Deformation of Elastic Solids*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ,1991.

MARCHETTI, O. *Pontes de concreto armado.* 3.reimpr. São Paulo-SP: Blucher, 2013.

MARCKMANN, G.; VERRON, E. *Comparison of hyperelastic models for rubber-like materials.* Rubber Chemistry and Technology, American Chemical Society, 2006, 79 (5), pp.835-858.

MARK, J.M; ERMAN, B; EIRICH, F.R. *Science and technology of rubber*. 3° Edição. Elsevier Academis Press, 2005.

MILLER, K. *Compression or Biaxial Extension*? Testing Brief, Axel Products, 2001.

MILLER, K. *Testing Elastomers for Hyperelastic Material Models in Finite Element Analysis.* Testing and Analysis, Axel Products, 2004a.

MILLER, K. *What material tests are typically performed to calibrate a hyperelastic material model?* Testing and Analysis, Axel Products, 2004b.

MOONEY, M. *A theory of large elastic deformation*. Journal of Applied Physics, v. 11, p. 582–592, 1940.

MSC. *Nonlinear Finite Element Analysis of Elastomers.* MSC Software Corporation, "Whitepaper", 2010.

OGDEN, R.W. *Large deformation isotropic elasticity. On the correlation of theory and experiment for incompressible rubber-like solids*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London – Series A, v. 326 (1567), p. 565–584, 1972.

OGDEN, R.W. *Non-Linear Elastic Deformations.* Eds. Harwood Series Mathematics and its Applications, Chichester, 1984.

OLIVEIRA, C. B. L. E. *Determinação e análise de taxas de deterioração de pontes rodoviárias do Brasil*. 2019. Tese (Doutorado em Engenharia de Estruturas). Universidade Federal de Minas Gerais, 2019.

PAULA, J. P. A. ; LALO, D. F. ; GRECO, M. *Modelagem numérica e caracterização experimental de elastômeros submetidos a esforços uniaxiais*. In: XIII Simpósio de Mecânica Computacional, 2018, Vitória. SIMMEC 2018, 2018.

RIVLIN, R. S. *Large elastic deformations of isotropic materials IV. Further developments of the general theory*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London – Series A, v. 241 (835), p. 379–397, 1948.

RIVLIN, R. S.; SAUNDERS, D. W. *Large elastic deformations of Isotropic Materials VII. Experiments on the deformation of rubber*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, v. 243(865), p. 251–288, 1951.

SIMULIA. *Abaqus analysis user's manual*. Version 6.13, Dassault Systems, 2013.

SUGIHARDJO, H.; TAVIO; Y. LESMANA, Y. *FE Model of low grade rubber for modeling housing's – low cost rubber base isolators*. Civil Engineering Journal, v. 4 (1), 2018.

TAVARES, J. M. R. S. *Introdução ao método dos Elementos Finitos*. FEUP, Portugal, Maio 1998.

TRELOAR, L. R. G. *The elasticity of a network of long-chain molecules I*. T. Faraday Soc., v.39, p. 36–41, 1943a.

TRELOAR, L. R. G. *The elasticity of a network of long-chain molecules II*. T. Faraday Soc., v.39, p. 241–246, 1943b.

TRELOAR, L.R.G. *The Physics of Rubber Elasticity*. Oxford University Press, London, 1975.

VALANIS, K. C.; LANDEL, R. F. *Strain-energy function of a hyper-elastic material in terms of the extension ratios.* J. Appl. Phys., v. 38, p. 2997–3002, 1967.

VASCONCELLOS, D. B. *Análise de estruturas e mecanismos reticulados planos com ligações viscoelásticas pela formulação posicional do método dos elementos finitos*. 2018. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Estruturas). Universidade Federal de Minas Gerais, 2019.

VIBTECH. *Catálogo técnico: Amortecedores para controle de ruído e vibração*. Vibtech industrial Ltda. Arujá-SP, 2012.

VISHARK, R. *What is the "hourglass effect" in finite element analysis? How does the reduced integration, resulting in the hourglass effect, work? How can we counter the hourglass effect?* Quora, Singapura, 10/09/2018. Disponível em <https://www.quora.com/What-is-the-hourglass-effect-in-finite-element-analysis-How-does-the-reduced-integration-resulting-in-the-hourglass-effect-work-How-can-we-counter-the-hourglass-effect>. Acesso em 28/11/2019 (05/02/2010).

VITÓRIO, J. A. P. *Pontes Rodoviárias: Fundamentos, Conservação e Gestão.* CREA-PE. Recife, 2002.

YEOH, O. H. *Characterization of Elastic Properties of Carbon-Black-Filled Rubber Vulcanizates.* Rubber Chemistry and Technology, v. 63 (5), p. 792–805, 1990.

YEOH, O. H. *Some forms of the strain energy function for rubber*. Rubber Chem. Technol., v. 66 (5), p. 754–771, 1993.